

< 分析手法 >

目 次

淡塩二層流計算	分析 - 1
密度流拡散計算	分析 - 3
溶存酸素収支	分析 - 5
一次元分散方程式	分析 - 6
不等流計算、不定流計算	分析 - 7
河床変動計算	分析 - 9
河口幅予測モデル	分析 - 12
波浪変形計算	分析 - 13
汀線変化モデル	分析 - 15
等深線変化モデル	分析 - 17
二次元海浜流計算	分析 - 18
海底地形変形モデル	分析 - 20

淡塩二層流計算

(1) 基礎方程式

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} \left[-i_{f1} + i_{f2} - \varepsilon F_{d1}^2 i_0 + \varepsilon \left(1 - F_{d1}^2 - \frac{U_1}{U_2} F_{d1}^2 \right) E + \frac{U_1^2 - U_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{h_1}{U_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} - \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \frac{2U_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} - \frac{2U_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} - \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \dots\dots\dots \text{式 1}$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{1}{\Phi} \left[+i_{f1} + i_{f2} - \varepsilon (1 - F_{d1}^2) i_0 - \varepsilon \left(1 - F_{d1}^2 - \frac{U_1}{U_2} F_{d1}^2 \right) E - \frac{U_1^2 - U_2^2}{gB} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{h_1}{U_1 \rho_2} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\rho_1 h_1}{\rho_2^2} \frac{\partial \rho_2}{\partial x} - \frac{2U_1}{gh_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + \frac{2U_2}{gh_2} \frac{\partial h_2}{\partial t} + \frac{1}{gh_1 B} \frac{\partial Q_1}{\partial t} - \frac{1}{gh_2 B} \frac{\partial Q_2}{\partial t} \right] \dots\dots\dots \text{式 2}$$

ここに、 Q ：断面内の流量、 h ：層厚、 U ：層平均流速、 ρ ：層平均密度、添字1と2は上層および下層の水理量を表わし、 B ：水路幅、 x ：流れの方向の座標軸、 t ：時間、 i ：河床勾配、 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$ ：相対密度差、 g ：重力加速度、 $F_{di} = U_i / \sqrt{\varepsilon g h_i}$ ($i=1, 2$) は密度 Froude 数 (かつて内部 Froude 数とも呼ばれていた)、 E は進行係数を表わす、また、 $\Phi = \varepsilon (1 - F_{d1}^2 - F_{d2}^2)$ であり、 $\varepsilon \ll 1$ を考慮し高次の項は省略されている。上層と下層の摩擦勾配は、 f_i ：界面抵抗係数、 f_b ：底面の抵抗係数を用いて以下のように与える。

$$i_{f1} = \frac{\tau_1}{\rho_1 g h_1} = \frac{f_i}{2 g h_1} (U_1 - U_2) |U_1 - U_2| \dots\dots\dots \text{式 3}$$

$$i_{f2} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\rho_2 g h_2} = \frac{f_b}{2 g h_2} U_2 |U_2| - \frac{f_i}{2 g h_2} (1 - \varepsilon) (U_1 - U_2) |U_1 - U_2| \dots\dots\dots \text{式 4}$$

(2) 解説

式 1, 式 2 は矩形断面河口部における微小密度差の淡塩二層流場に対して、上層への連行を考慮して導かれた基礎式である。その他、河口海域への適用を考えた水平二次元の二層流基礎方程式など種々提案されているが、前提条件の相違により、方程式の細部が異なるため適用には注意を要する。

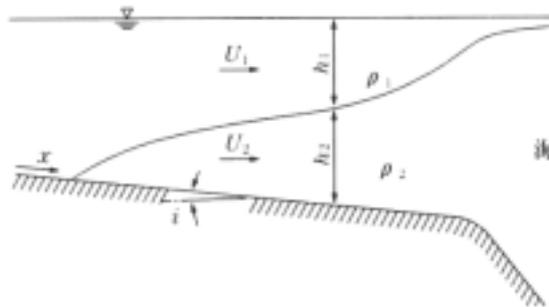


図-1 二層流場

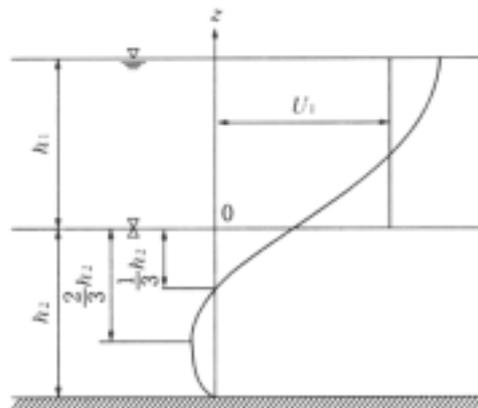


図-2 層流の流速分布

流速や密度の鉛直構造に関する研究もなされており、例えば上層流動の場合には二次元平行流の仮定の下、図-2 に示すような二次関数で与えられる層流解が示され、同様に下層流動の解も求められている。また、Monin-Obukhov 理論を適用した乱流場の流速分布や密度分布が求められている。

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p551

密度流拡散計算

(1) 基礎方程式

1) 水の連続式

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

2) 密度偏差の式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\Delta\rho) + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}(\Delta\rho) + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y}(\Delta\rho) + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z}(\Delta\rho) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial}{\partial x}(\Delta\rho) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y \frac{\partial}{\partial y}(\Delta\rho) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z \frac{\partial}{\partial z}(\Delta\rho) \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式 2}$$

3) 水温収支の式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial T}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{H}{\rho C_w} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式 3}$$

4) (生産性/非生産性) 物質収支の式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial C}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial C}{\partial z} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + (O - S) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式 4}$$

5) 運動量保存則の x - 方向分値

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u}\bar{w}) = f\bar{v} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Omega + \frac{p}{\rho_0} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式 5}$$

ここに τ_{xx} , τ_{xy} , τ_{zx} の粘性応力はレイノルズ応力に比べて小さいため省略している。

6) 運動量保存則の y - 方向分値

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial y}(\bar{v}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v}\bar{w}) = -f\bar{u} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Omega + \frac{p}{\rho_0} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots \text{式 6}$$

同様に粘性応力の項を省略して、表示している。

7) 運動量保存則の z - 方向分値

$$0 = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \Omega + \frac{p}{\rho_0} \right) \quad \dots\dots\dots \text{式 7}$$

8) 機械的エネルギー保存則

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\bar{q}^2}{2} \right) + \left(\bar{u} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \left(\frac{\bar{q}^2}{2} + \Omega + \frac{p}{\rho_0} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + A_y \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + A_z \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_y \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + A_z \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + A_x \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + A_x \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + A_y \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots \text{式 8}$$

(2) 解説

基礎方程式に基づき、分析・解析の対象とする現象、範囲により、鉛直二次元（一次元・多層）、三次元（平面・多層）等にモデル化する。

一次元・多層流れ（鉛直二次元流れ）

一次元・多層流れは鉛直二次元流れともいいうるものであって、流れ方向と水深方向の流れの変化を対象とするものである。特に、水深方向の水の物理的性質の変化が解析の対象となる水理現象、すなわち、河川型貯水池の水理や水質、河口付近の河道内の淡・塩水混合などはこの分類に含まれる。しかし、これらの現象もより細分化された状況では、解析に用いる水理モデルはいろいろに分けられる。

平面・一層流れ（二次元流れ）

氾濫原や破堤による洪水の氾濫、河口域での河川水の拡がりなどのように、水深の浅い流れの平面的な挙動を支配する数理モデルである。このため、水の物理的性質の水深方向での変化を取り入れる必要はなく、 $\rho = \rho_0$ とおいてよい。平面的な拡がりによって異なるので、問題の性質、解の必要な精度などから、対象領域で大、小のコントロール・ボリュームが用いられることがある。實際上、これは格子の大きさになるから、粗格子（coarse grid）細格子（fine grid）といわれることが多い。

平面・多層流れ（三次元流れ）

平面・多層流れ（三次元流れ）の数理モデルは一次元・多層流れのそれと同時に、水表面、中間層、底面の3要素の要素から構成されている。また、積分に当たっての境界条件も平面的（x- および y- 方向）と深さ方向（z- 方向）とのものの組み合わせである。

出典：岩佐義朗 編著 「数値水理学」 p29

溶存酸素収支

(1) 基礎方程式

$$\frac{\partial L}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} - U \frac{\partial L}{\partial x} - (K_1 + K_3)L + L_a \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - U \frac{\partial C}{\partial x} - K_1 L + K_2(C_s - C) + \sum_i R_i \quad \dots\dots\dots \text{式 2}$$

ここに、C：溶存酸素 (mg/l)、L：BOD 濃度 (mg/l)、 D_x ：拡散係数 (m^2/d)、U：平均流速 (m/d)、 K_1 ：脱酸素係数 (d^{-1})、 K_2 ：再曝気係数 (d^{-1})、 L_a ：流入や河床からの BOD 負荷 (mg/l/d)、 K_3 ：沈殿や吸着による BOD 除去係数 (d^{-1})、 C_s ：飽和溶存酸素 (mg/l)、 R_i ：その他の酸素消費や生成に関わる速度 (mg/l/d)。

(2) 解説

上式は、流水中の酸素分布について、流速一定と仮定した場合の一次元の収支式である。この種の理論的な取り扱いとしては、脱酸素と再曝気のみを考慮し、拡散を無視した定常状態での酸素分布を議論している Streeter と Phelps 式が代表的である。さらに懸濁性有機物の沈殿による除去や底泥からの BOD 成分の溶出負荷や光合成による酸素生成の影響も考慮した Camp の修正式もある。これらの式では、溶存酸素の代わりに飽和溶存酸素濃度との差である不足量 D で表現し直されている。また、日本のような浅い河川における付着藻類の影響を考慮した式も提案されてきている。参考として、横軸を流下時間 ($t = x/U$) で置き換えた場合の Streeter と Phelps 式による溶存酸素濃度変化を図-1 に模式的に示す。図のように、溶存酸素濃度の途中に最小値が存在する流下方向分布が、一般に溶存酸素垂下曲線 (DO Sag Curve) とよばれるものである。

また、 R_i には、以下の項で述べるような植物プランクトンや底生生物などによる呼吸、底泥による酸素消費、光合成などが含まれる。特に、湖沼や内湾での酸素収支を検討する場合には、河川などでの流水とは異なり水深方向の分布が重要である。また、収支式において有機物分解による脱酸素や再曝気以外に、光合成による供給、植物および動物プランクトンによる呼吸による消費、底泥による酸素消費の重要性が増してくる。

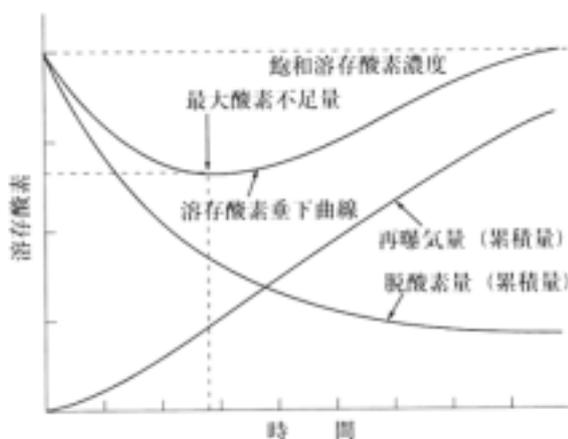


図-1 河川における酸素収支模式図

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p604

一次元分散方程式

(1) 基礎方程式

河川や管路、また細長い湾のように、断面平均した流速や濃度で拡散現象を近似的に表現し得る場合に、一次元の分散方程式、

$$\frac{\partial A\bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{\partial A\bar{U}\bar{\Phi}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(A\bar{D}_x \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial x} \right) + A\bar{L}_i(\bar{\Phi}) \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

を用いて記述することも可能である。ここに、 A : 断面積、 $\bar{U}(x)$: 断面平均流速、 $\bar{\Phi}(x)$: 断面平均濃度、 $\bar{L}_i(\)$: 単位断面積当たりの物質の発生や消滅、 \bar{D}_x : 流速や濃度の断面非一様の影響による分散係数

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p616

(2) 解説

強混合型河川は国内では少ないが、潮位差の大きい西日本の河川でしばしば観測される。図-1 は有明海に注ぐ六角川で観測された塩分の縦断構造である。密度構造が水深方向に一樣で流下方向にのみ変化している。このような場合には、一次元の分散方程式でほぼ塩分構造を記述することができる。ただし、分散係数は平均の取り方によって、それぞれ種々異なったものとなる。強混合の拡散係数の算定に向けての拡散フラックスに関する実験的研究も行われている。

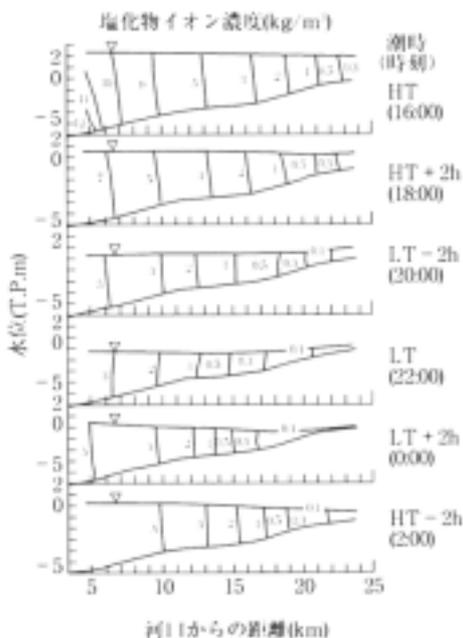


図-1 強混合河川の塩分の観測例

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p558

不等流計算、不定流計算

(1) 基礎方程式(漸変開水路流れを記述する基礎方程式)

一次元解析法は、流れを縦断方向に一次的にとらえ、水路横断面内の水理量の分布は当該横断面を代表する少数の水理量から推定できると仮定して、水理量の縦断方向変化を計算するものである。

1) 連続の式

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

ここに、A：流れの断面積、Q：流量、x：流下方向にとった座標、t：時間

2) 運動方程式¹⁸⁾

① 運動量の法則に基づく：

$$Q^2 \frac{\partial \beta}{\partial x} + A \frac{\partial Q}{\partial t} - 2\beta Q \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\beta Q^2}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + gA^2 \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{A}{\rho} T_r = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 2}$$

$$\text{運動量補正係数 } \beta = \frac{1}{A} \int \frac{u^2}{U^2} dA \quad \dots\dots\dots \text{式 3}$$

ここに、H：水位、T_r：単位長さの河道の河床に作用する力(=濡辺内の平均せん断力τ_b×濡辺長S)、u：ある点の流速、U：断面平均流速

② エネルギーの法則に基づく：

$$\frac{QA}{2} \frac{\partial \beta}{\partial t} + \frac{Q^2}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \beta A \frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{\beta + 3\alpha}{2} Q \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\alpha Q^2}{A} \frac{\partial A}{\partial x} + gA^2 \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{A^2}{\rho Q} E_d = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 4}$$

$$\text{エネルギー補正係数 } \alpha = \frac{1}{A} \int \frac{u^3}{U^3} dA \quad \dots\dots\dots \text{式 5}$$

ここに、E_d：単位河道長・単位時間当たりの流れのエネルギー総損失量=ρg∫u・I_f・dA。ここで、I_f：各流線のエネルギー勾配

③ 単純な流れ場を想定した場合の運動方程式：

$$\frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{2g} \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{n^2 U^2}{R^{4/3}} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 6}$$

(2) 解説

式 2、4、6 の運動方程式は、流れの状態の時間的な変化と流下方向の変化がゆるやかであり、流れの中の圧力分布を静水圧分布に等しいとおくことのできる開水路流れを対象にしている。流れの状態の変化がゆるやかな場合には、等流を対象につくられた平均流速公式におけるせん断力やエネルギー勾配と他の水理量との関係式をそのまま適用できるとして、一般に式 2 中の T_r 、式 4 中の E_d には平均流速公式の関係をそのまま導入される。単純な断面を想定し T_r や E_d の算定に Manning の平均流速公式を用い、さらに $\alpha = 1$ 、 $\beta = 1$ とおいた場合に、式 2 あるいは式 4 から導かれるのが式 6 であり、Bernoulli (ベルヌーイ) の定理に摩擦損失を加えた式に一致する。式 2、式 4 いずれの適用も、流れの一次元的な取り扱いが必要な精度を満足することが前提となる。その上で運動量の法則に基づく一次元の運動方程式 2 については流体に作用する力についての取り扱いが、エネルギーの法則に基づく運動方程式 4 については流れのエネルギー損失についての取り扱いが容易かつ力学的に明確なことが適用条件となる。

流れの状態の変化が時間的あるいは空間的に急で、静水圧分布の仮定あるいは平均流速公式の適用、一次元解析の適用が適切でない流れについては、上記の基礎方程式とは別の取り扱いが必要である。

不等流、不定流等については、独立変数 t および x の偏微分係数が存在するかしないかによって、

- (1) $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = 0 \rightarrow$ 定常等流
- (2) $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \neq 0 \rightarrow$ 定常不等流 (不等流)
- (3) $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \neq 0 \rightarrow$ 非定常不等流 (不定流)
- (4) $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = 0 \rightarrow$ 非定常等流

に分類される。

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p92
岩佐義朗 編著 「数値水理学」

河床変動計算

(1) 基礎方程式

1) 流砂の連続式

$$\frac{\partial z_B}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) + (q_{sw} - c_0 w_0) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

ここに、 z_B ：河床高、 q_{Bx} ： x 方向掃流砂量、 q_{By} ： y 方向掃流砂量、 q_{sw} ：河床面における浮遊砂の巻き上げ量、 c_0 ：浮遊砂の底度濃度、 w_0 ：浮遊砂の沈降速度、 t ：時間、 x ：縦断方向座標軸、 y ：横断方向座標軸、 λ ：間隙率、

式 1 は、掃流砂の出入りと浮遊砂の巻き上げ・沈降による河床面での流砂の連続条件を示す。浮遊砂の濃度変化や底面における濃度は次式に記述され、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} + \frac{\partial (w-w_0)c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad \dots\dots\dots \text{式 2}$$

巻き上げ量は、底面における境界条件として与えられる。

2) 次元の場合における基礎式

掃流砂による次元河床変動計算に用いる流砂の連続式

$$\frac{\partial z_B}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial Bq_{Bx}}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 3}$$

流れの運動方程式と連続式

$$\frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial z_B}{\partial x} + \frac{u_*^2}{gR} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 4}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (Bhu) = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 5}$$

ここに、 B ：水路幅、 h ：水深、 g ：重力加速度、 u_* ：摩擦速度。

3) 粒径別の基礎式

砂礫の粒径別の連続式

$$\frac{\partial i_b}{\partial t} - \frac{1}{a} (i_B - i_b) \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{q_{Bx}}{a(1-\lambda)} \frac{\partial i_B}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 6}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial z_B}{\partial t} \geq 0 \text{ (河床上昇)}: \hat{i}_b = i_b \\ \frac{\partial z_B}{\partial t} < 0 \text{ (河床低下)}: \hat{i}_b = i_{b0} \end{cases} \quad \dots\dots\dots \text{式 7}$$

ここに、 i_B 、 i_b 、 i_{b0} はそれぞれ粒径 d_i の砂礫が流砂、交換層、交換層直下の元河床に占める割合、 a ：交換層の厚さ。

4) 二次元の場合における基礎式

掃流砂による二次元河床変動計算に用いる流砂の連続式

$$\frac{\partial z_B}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left[\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right] = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 8}$$

横断方向の流砂量 q_{By} は、流下方向の流砂に作用する力のつり合いによって横断方向の流砂量成分を求める長谷川の式がある。

$$q_{By} = \left\{ \frac{v}{u} - \frac{1}{\sqrt{\mu_s \mu_k}} \left(\frac{u_{*c}}{u_*} \right) \frac{\partial z_B}{\partial y} \right\} q_{Bx} \quad \dots\dots\dots \text{式 9}$$

ここに、 u : x 方向流速、 v : y 方向流速、 u_{*c} : 限界摩擦速度、 μ_s : 静止摩擦係数、 μ_k : 動摩擦係数。

(2) 解説

これらの中で用いられる掃流砂量・浮遊砂の巻き上げ量は、流砂量式に基づいて計算される。流砂量を求めるための流速は、流れの一次元運動方程式、流れの連続式から求められる。平面内での河床変動や流れの状況を求める場合には二次元河床変動計算を行う。縦断的な河床高の変動を求める場合や横断的な河床の変化が小さい場合には一次元化して河床変動計算を行う。河床変動計算とともに流れ場の計算が必要となるが、流砂量や流砂の向きを求めるためには、底面付近の流れを精度良く与える必要がある。また、流れの状態や河床の状態が局所的に大きく変化している場合には、流砂の非平衡性を考慮しなければならない場合もある。

式 3~5 を整理すると、

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{i_s} = \frac{-1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \frac{\partial q_{Bx}}{\partial h} \quad \dots\dots\dots \text{式 10}$$

$$\left(\frac{\partial z_B}{\partial t} \right)_s = \frac{1}{(1-\lambda)(1-F_r^2)} \left[\frac{\partial q_{Bx}}{\partial h} \frac{u_*^2}{gR} - \left\{ F_r^2 \frac{\partial q_{Bx}}{\partial h} h + (1-F_r^2) q_{Bx} \right\} \frac{1}{B} \frac{\partial B}{\partial x} \right] \quad \dots\dots\dots \text{式 11}$$

となる。河床高は式 10 で表される波速で移動しながら、式 11 に従って変形する。式 10 において $\partial q_B / \partial h < 0$ なので、河床波の擾乱は、常流の場合には下流へ、射流の場合には上流へ進む。

式 6、7 は、河床材料が混合粒径からなるときの粒度分布の変化を予測する基礎式であり、各粒径に対する流砂量は、それぞれ個別に求められる。式 3~7、10~11 より、河床砂の粒径分布の波速は、

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{i_s} = \frac{f_i}{(1-\lambda) a} \quad \dots\dots\dots \text{式 12}$$

$$f_i = q_{Bx} \cdot \frac{i_B}{i_b}$$

であって、河床粒度の分布は上流から下流へ伝播する。

二次元の場合は、以下に留意する。

掃流砂の運動の向きは、砂粒子に作用する流れによるせん断力・水中での重力およびその反力・底面との摩擦力の向きと大きさ、ならびに砂粒子の慣性力によって決まる。斜面の勾配の影響や粒子の運動に伴う底面摩擦の取り扱いの違いによって、種々の表現式が提案されている。例えば、池田の式は、基本的な考えは平野や長谷川と同じであり、遮蔽係数等の取り扱いの違いにより結果として横断勾配にかかる部分の係数の表現が異なっている。平野の式は、直線部の拡幅の計算に用いられたものであり、横断方向流速が 0 の場合がこれに相当する。福岡・山坂の式は、粒子にかかる力として底面せん断力と重力の斜面方向成分を考慮しているが、粒子の運動について考慮されていない。これらの中では、先にあげた成分を考慮している長谷川の式が使いやすい。ただし、この式は横断斜面勾配のみを考慮し、基本的に流下方向の流砂量が卓越しているという近似を行っている。解析に用いる式の形式やパラメーターの値が異なると洗掘深等は異なってくる。長谷川式形で縦横断の斜面勾配を考慮したものとしては、西本・清水ら、福岡・渡邊らの研究がある。

出典：水理公式集 [平成 11 年版] p174

河口幅予測モデル

(1) 基礎式

河口断面を矩形に近似し、さらに砂州幅 L 、河口水深 h を一定とすれば、河口幅予測モデルの基礎式として次式が得られる。

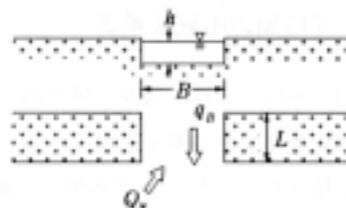


図-1 河口幅予測モデルの説明

$$(1-\lambda)Lh \frac{dB}{dt} = q_B B - Q_s \dots\dots\dots \text{式 1}$$

ここで、 λ ：砂の空隙率、 q_B ：単位幅当たりの河川流・潮汐流による流送土砂量、 Q_s ：河口内に流入する漂砂量。

(2) 解説

潮汐流量の評価の際、河口河積が十分大きいときには潮位 η_0 と河口内水位 η_B が等しいとして、推算潮位や実測潮位を利用できる。そうでない場合は、狭窄部でのエネルギー損失により、潮位に比べて河口内の水位変動幅が低減するので、実測値を用いるか、あるいは次の一次元解析手法により評価しなければならない。

$$A_B \frac{d\eta_B}{dt} = Au + Q_f \dots\dots\dots \text{式 3}$$

$$\eta_0 - \eta_B = \frac{L_c}{g} \frac{du}{dt} + \left(\zeta_m + \zeta_n + \frac{2gL_c}{n^2 R^{4/3}} \right) \frac{u|u|}{2g} \dots\dots\dots \text{式 4}$$

ここで、 L_c ：最狭部水路長、 u ：水路内流速、 ζ_m 、 ζ_n ：入口、出口での損失係数、 n ：マンニングの粗度係数、 R ：径深、 A_B ：感潮面積、 Q_f ：河川自己流量。

外力条件が一定の場合は、式 1 の解析解を得ることができるが、一般の場合には数値計算により解を得る。式 1 による河口幅変化予測モデルは、断面変化予測モデルや開口位置変化予測モデルへと拡張されている。

以上のモデルは砂州越流の機構を含まないため、大規模な洪水時への適用は困難である。砂州越流時を含め、洪水時の土砂移動による河口近辺での洗掘、堆積の詳細を知るためには、平面二次元計算によらなければならない。数値計算は差分法や有限要素法により行われる。洪水流のみならず、波浪や潮汐変動の効果を含むものや、湾曲河道での二次元流の影響を考慮した計算も行われている。

波浪変形計算

(1) モデル方程式の仮定と理論的適用範囲

現在までに提案されている主要な平面波浪場のモデル方程式について、誘導に用いる仮定によって特徴をとりまとめると、表 1 のようになる。表中、有限振幅性の欄は波形勾配 H/L または波高水深比 H/h の有限性を取り入れているかどうかを示す。相対水深の欄は相対水深の自乗 $(h/L)^2$ の大きさ、また、海底勾配の欄は 1 波長間の水深変化の割合 $L|dh|/h$ の大きさに関する仮定を示す。局所的進行波性とは、局所的に波浪場がほぼ進行波のもの $(a \exp[i(kx - \sigma t)])$ で表されるものと仮定するかどうかを示している。

以上の仮定に基づき、平面波浪場のモデル方程式の理論的な適用範囲をとりまとめると表 2 のようになる。表には、各計算手法に対し波浪変形の諸要素および波浪の不規則性と有限振幅性に対する適用性が大まかに示されている。また、計算領域の広、中、および狭とはそれぞれ沖から浅海部を含む領域、防波堤や離岸堤などの構造物を取り囲む周辺海域、および港内海域程度を表している。

表-1 平面波浪場のモデル方程式における仮定

計算手法 (参考文献例)	海底勾配 $L \nabla h /h$	局所的進行波性 $a \exp[i(kx - \sigma t)]$	有限振幅性 $H/L, H/h$	相対水深 $(h/L)^2$
波向線法 (屈折図法) (Keller, 1958)	1次	仮定する	微小 ²⁾	任意
エネルギー平衡方程式 (Karlsson, 1969)	1次	仮定する	微小	任意
ヘルムホルツ方程式 (Galliard, 1984)	0	仮定せず	微小	任意
高山の方法 (高山, 1981)	0	仮定せず	微小	任意
緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972)	1次	仮定せず	微小 ³⁾	任意
非定常緩勾配方程式 (波辺・丸山, 1984)	1次	仮定せず	微小	任意
数値波動解析法 (伊藤・谷本, 1971)	1次 ³⁾	仮定せず	微小	任意
非定常緩勾配不規則波動方程式(窪ら, 1991)	1次	仮定せず	微小	任意
放物型波動方程式 (Radder, 1979)	1次	仮定する ³⁾	微小 ⁵⁾	任意
非線形長波方程式 (Kojima, 1960)	任意 ²⁾	仮定せず	任意	微小(0次)
ブシネスク方程式 (Peregrine, 1967)	任意 ²⁾	仮定せず	2次	1次

- 1) 浅水係数の補正が必要
- 2) 水深そのものが小さいと仮定されている
- 3) 回折効果は入る
- 4) 波速の計算に有限振幅性を取り入れることは可能
- 5) 有限振幅性を取り入れた方程式も導かれている

表-2 平面波浪場のモデル方程式の理論的適用範囲

計算手法 (参考文献例)	浅水変形	屈折	回折	反射	幹波モデル	任意水深	流れの影響	不規則性	有限振幅性	計算領域			備考
										広	中	狭	
波向線法(屈折回法) (Keller, 1958)	○	○	×			○	○	○	△	○	○	○	波速に有限振幅性を含める
エネルギー平衡方程式 (Karlsson, 1959)	○	○	▽	△	○	○	○	○	×	○	○	○	
ヘルムホルツ方程式 (Galliard, 1984)	○	○	○	○	×	○	×	○	×			○	領域ごとに一様水深のみ
高山の方法 (高山, 1981)			○	○	×	○	×	○	×		○	○	一様水深のみ
緩勾配方程式 (Berkhoff, 1972)	○	○	○	○	○	○	○	○	△			○	
非定常緩勾配方程式 (渡辺・丸山, 1984)	○	○	○	○	○	○	○		×			○	砕波モデル・境界条件処理が容易
数値波動解析法 (伊藤・谷本, 1971)	○	○	○	○		○			×			○	
非定常緩勾配不規則波動方程式(高ら, 1992)	○	○	○	○	○	○		○	×			○	
放物型波動方程式 (Badder, 1978)	○	○	○	△	○	○	○	○	△		○	○	
非線形長波方程式 (Keller, 1959)	○	○	○	○	○	×		○	○			○	鉛直加速度が無視される 浅海域に限定される
ブシネスク方程式 (Peregrine, 1967)	○	○	○	○	○	○	○	○	○			○	原方程式は浅海域に限定される
ガラーキン法 (潮岡・中川, 1992a)	○	○	○	○		○		○	○			○	
非線形緩勾配波動方程式 (磯部, 1984)	○	○	○	○		○		○	○			○	

○：基本形で適用可能。 ○：応用形で一般的適用可能。 △：応用形で部分的適用可能
 ▽：基本理論では考慮されていないが実用上適用可能。 空白：研究により適用できる可能性あり。 ×：適用不可能。
 計算領域=広：深海から浅海を含む程度、中：構造物周辺の海域程度、狭：港内程度。

出典：海岸波動 [波・構造物・地盤の相互作用の解析法] 土木学会

汀線変化モデル

(1) 基礎方程式

基礎方程式は以下に示す砂の連続式で表せる。

$$\frac{\partial x_s}{\partial t} + \frac{1}{D_s} \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - q \right) = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

ここに、 x_s は汀線位置の岸沖変化量、 Q は空隙を含む沿岸漂砂量、 D_s は漂砂移動高さ、 q は岸沖方向の土砂移動量で、河川からの土砂供給量や沖方向への土砂流出量等として入力可能である。

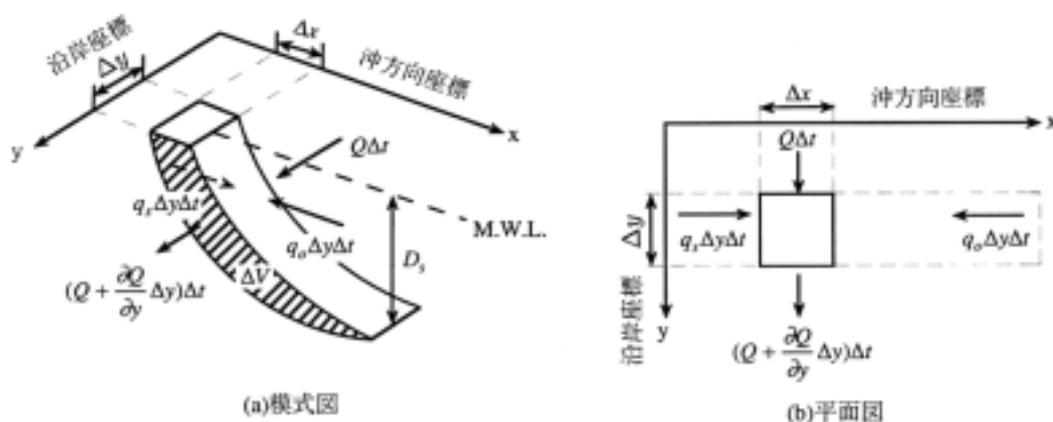


図-1 汀線変化量と土砂収支の関係

(2) 解説

汀線変化の計算は、波の場の計算、その結果から求まるところの沿岸漂砂量を用いて、以下の仮定の基に計算される。

- 1) 基本的に沿岸漂砂量の収支により汀線が変化する。
- 2) 沿岸漂砂は漂砂活動が活発な上縁と沖側限界水深で定義される漂砂帯内(移動高さ D_s) でのみ生じる。
- 3) 海底断面は漂砂帯内では汀線の前進・後退に合わせて初期断面地形に対し岸沖方向平行に変化する。

沿岸漂砂量の算定式には表-1 に示すような方法が提案されている。

表-1 沿岸漂砂量の算定式

漂砂量式	提案者	式
波換エネルギーフラックスモデル	CERC(1977)	$I = K(EC_g)_b \sin \alpha_{bs} \cos \alpha_{bs} \quad (2.3.2)$
沿岸波モデル	Kormar・Inman(1970)	$I = K'(EC_g)_b V/u_{ms} \quad (2.3.3)$
混合モデル (小笹・Brampton式)	小笹・Brampton(1979)	$I = (EC_g)_b \left(K_1 \sin \alpha_{bs} \cos \alpha_{bs} - \frac{K_2}{\tan \beta} \cos \alpha_{bs} \frac{\partial H_b}{\partial y} \right) \quad (2.3.4)$

I : 沿岸漂砂の水中重量。
 $(EC_g)_b$: 砕波点における波換エネルギーフラックス。
 H_b : 砕波波高。
 α_{bs} : 砕波点における汀線と波向のなす角度。
 K, K', K_1, K_2 : 漂砂量係数。
 $\tan \beta$: 海底勾配。
 V : 沿岸の流速を代表する値。
 u_{ms} : 砕波点における底面軌道流速振幅

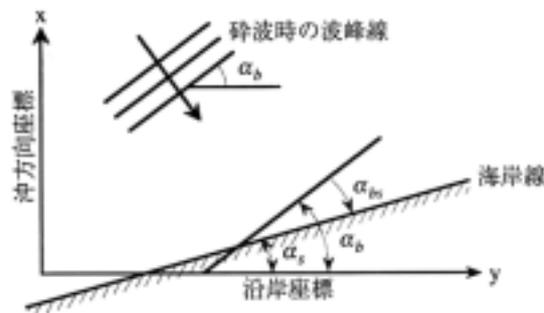


図-2 波向の定義

出典:「漂砂環境の創造に向けて」 土木学会

等深線変化モデル

(1) 基礎方程式

1-line モデルと同様に、各等深線毎の砂の連続式と沿岸漂砂量式により構成される。各等深線毎の砂の連続式は次のとおりである。

$$\frac{\partial x_k}{\partial t} + \frac{1}{h_k} \cdot \frac{\partial Q_k}{\partial y} = 0, \quad k = 1 \dots n$$

ここに、 x_k : k 番目の等深線位置 (m), h_k : k 番目の等深線の漂砂の移動高さ (m), Q_k : k 番目の等深線の沿岸漂砂量 (m^3/s), k : 等深線番号, n : 等深線の本数である。座標系は沿岸方向を y , 岸沖方向を x , 時間を t とする (図 1)。

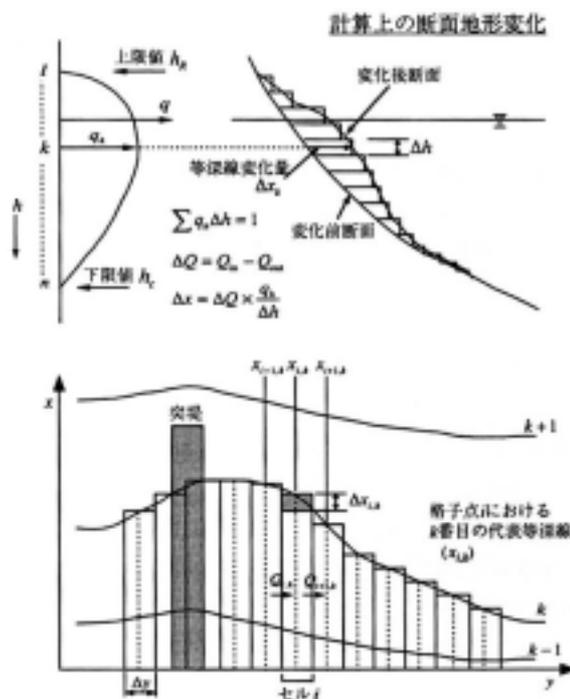


図 1 等深線モデルの概要

(2) 解説

このモデルは、汀線変化モデルが汀線を代表とする一本の等深線の変化を計算するのに対し、設定した複数の代表等深線の変化を各等深線毎に沿岸漂砂量の収支を計算することでその前進あるいは後退量を求めることができる。各等深線毎に沿岸漂砂量を設定することが可能なことから、水深方向の沿岸漂砂量分布が考慮できる点が特徴である。

水深方向の漂砂量分布の与え方は、宇多ら¹⁾、合田ら²⁾などにより提案されている。

1) 宇多高明, 河野茂樹 (1996): 海浜変形予測のための等深線モデルの開発, 土木学会論文集, 539/II-35, pp.121-139

2) 合田良實・渡辺則行 (1990): 沿岸流速公式への不規則波モデルの導入について, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp.210-214

出典: 「漂砂環境の創造に向けて」 土木学会

二次元海浜流計算

(1) 基礎方程式

水平面内に直角座標系 (x, y) をとり、海浜流速の各方向成分を U 、 V 、平均水位の上昇量 (wave setup) を $\bar{\zeta}$ とするとき、平均流に関する連続式は次のようになる。

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} + \frac{\partial U(h + \bar{\zeta})}{\partial x} + \frac{\partial V(h + \bar{\zeta})}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots \text{式 1}$$

また、運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + F_x - M_x + R_x + g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + F_y - M_y + R_y + g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots \text{式 2}$$

と書かれる。ここに、 h は静水深である。 t は時間であるが、定常状態の流れを記述する場合には、各式の時間微分項は不必要となる。

運動方程式 2 の第 2 項および第 3 項は移流項、第 4 項は摩擦項、第 5 項は水平拡散項、第 6 項は radiation stress 項である。

(2) 解説

まず与えられた条件の下で波の場を計算し、これに伴う radiation stress を外力として引き続き海浜流の場を求める。こうして生じた流れは当然波の場を変化させ、したがってまた流れの場も変化する。この相互干渉を正しくとらえるためには反復計算が必要である。一方、得られた波と流れを漂砂量ならびに海浜地形変化の計算における営力として利用する場合には、これが再び波と流れの分布に影響するので、この間にさらに大きな計算のループが構成される。

流れの計算はそれ自体独立したものとはかぎらず、しばしばその前段にある波の計算および後続する地形変化の計算などとの連関において考えねばならない。したがって、この計算にはかなり複雑な波と地形条件に対しても安定であること、および計算所要時間が過大でないこと、という 2 つの要件が課されることになる。

摩擦項

定常流における底面摩擦力の表示式をそのまま用いるならば、波と流れの共存場における摩擦力の平均値は

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{C_f}{h+\xi} (U+u_b) \sqrt{(U+u_b)^2 + (V+v_b)^2} \\ F_y &= \frac{C_f}{h+\xi} (V+v_b) \sqrt{(U+u_b)^2 + (V+v_b)^2} \end{aligned} \right\} \dots \text{式 3}$$

ここに、 C_f は摩擦係数で通常 0.01 程度の値を与える。波に伴う底面近傍の水粒子速度の x 、 y 方向成分 u_b 、 v_b は時間の関数であり、上式中の $\bar{\quad}$ は時間平均値を示している。

水平拡散項

海水の流動中に含まれる乱れ成分の等方性、およびこれに起因する見かけ上のせん断力が平均流速勾配によって記述されるという粘性とのアナロジーを仮定すれば、水平拡散項は

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ M_y &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial V}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots \text{式 4}$$

と書かれる。

radiation stress 項

非一様な波の場では、radiation stress の勾配に比例する平均的な外力が海水に作用し、これが平均水位の勾配と海浜流を引き起こす。運動方程式 2 はその間の力のつり合いを記述したものにほかならない。

$$\left. \begin{aligned} R_x &= \frac{1}{\rho(h+\xi)} \left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) \\ R_y &= \frac{1}{\rho(h+\xi)} \left(\frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots \text{式 5}$$

ここに、 ρ は海水の密度、 S_{xx} 、 S_{xy} 、 S_{yx} 、 S_{yy} は波に伴う radiation stress である。

出典：海岸環境工学 - 海岸過程の理論・観測・予測方法 - 本間仁監修 / 堀川清司編

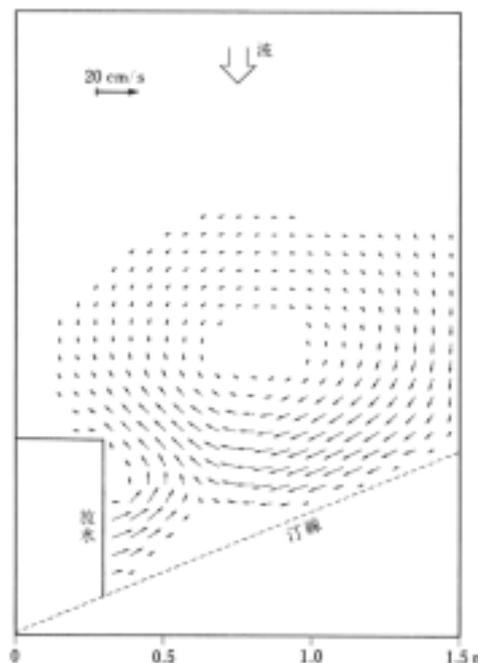


図-1 海浜流の解析例
(流入のある場合の循環流)

海底地形変形モデル

(1) 基礎方程式

地形変化の計算に用いられる底質量の保存式は、それ自身はきわめて簡単で、次式により与えられる。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = - \frac{\partial h}{\partial t} = - \frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} \dots\dots\dots \text{式 1}$$

図-1 に示すように、 z_b は任意の高さを基準にした局所的底面高、 h は静水深であり、 t は時間を表す。ただし当然ながら上式の h には潮位変化の影響は含まれていない。 x と y は水平面上にとられた直角座標で、 q_x と q_y は各点ごとの漂砂フラックスの x, y 方向成分である。

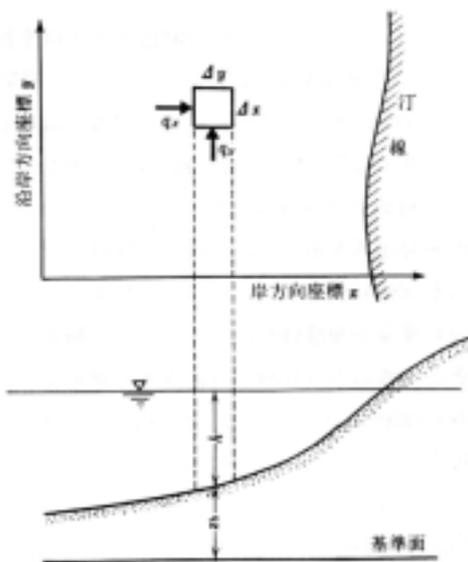


図-1 座標系と諸量

(2) 解説

ここで扱っている海浜地形変化の予測モデルはいわゆる 3 次元モデルである。このモデルにおいては、波浪変形計算と海浜流計算の 2 つのサブモデルにより計算される各地点での局所的な波と流れの条件から、地点ごとの漂砂の方向や量を算定し、漂砂量の平面分布からさらに底質量の保存式に基づいて各位置の底面高の時間変化量を推算することにより、最終的に空間的な海浜変形を予測する。

漂砂すなわち底質の移動現象は一般に波や流れなどの流体運動以上に複雑でわかりにくく、われわれの知識もまだ十分とはいえない。簡単にいうならば、波や流れの計算では基本式の主要部分は与えられていて、それをいかに効率的にしかも精度よく解くかということが問題であるのに対し、地形変化の計算では底質量保存式は別にして、それに含まれる漂砂量を評価するための算定式自身がまだ確立されていないという段階にある。

q_x, q_y について

一般に沿岸域では波と流れが共存しており、底質砂粒子はそれらによる力を同時に受けながら移動している。しかしながら過去の大部分の研究においては、波によるいわゆる岸沖漂砂か、沿岸流により輸送される沿岸漂砂のいずれか一方のみが扱われる。そこで渡辺ら [1984] は、現象を単純化し、従来研究成果の取込みを容易にするために、局所的漂砂フラックス (q_x, q_y) を、平均流の寄与分と波の作用に直接起因する漂砂とに分離して扱うことにした。すなわち、

$$(q_x, q_y) = (q_{cx}, q_{cy}) + (q_{wx}, q_{wy})$$

ここで、 (q_{cx}, q_{cy}) は流れによる漂砂フラックス、 (q_{wx}, q_{wy}) は波による漂砂フラックスである。

流れによる漂砂フラックス、波による漂砂フラックスは、それぞれ次のようなものが提案されている。

流れによる漂砂フラックス

$$q_{cx} = Q_c U, \quad q_{cy} = Q_c V$$

$$Q_c = A_c (u_*^2 - u_{*c}^2) / g$$

ただし、 U, V は平均流流速の x, y 方向成分であり、 u_* は波と流れの共存場の底面摩擦速度、 u_{*c} は底質の移動限界摩擦速度、 A_c は無次元の係数、 g は重力加速度である。

波による漂砂フラックス

$$q_{wx} = Q \hat{u}_b \cos \alpha, \quad q_{wy} = Q \hat{u}_b \sin \alpha$$

$$Q_w = A_w (u_*^2 - u_{*c}^2) / g$$

ここで、 \hat{u}_b は底面起動流速の振幅で、 α は波向が x 軸となす角である。この式中の摩擦速度 u_* としては波と流れ共存下の合成摩擦応力に対応するもの、 A_w は無次元係数である。

出典：海岸環境工学 - 海岸過程の理論・観測・予測方法 - 本間仁監修 / 堀川清司編