参考資料１

# 非定常統計解析手法について

## トレンドの検討（Mann-Kendall検定）

2-4 地域ごとの整備目標・対策目標の検討

○Mann−Kendall検定は、水文時系列資料のトレンドを検定する手法であり、トレンドが線形か非線形かに関わらず適用可能。

以下の仮説を有意水準 $\alpha$ ＝5パーセントにより検定

帰無仮説　$H_0$:n個のデータ{X1,X2,…,Xn}が独立で同一の確率分布に従う。

対立仮説　$H_1$:n個のデータ{X1,X2,…,Xn}が同一の確率分布に従わない。

**⇒有意水準 $\alpha$ に対して、定常・非定常の検定が可能であるとともに、統計量Sの正負によって、上昇・下降傾向の判定も実施**

統計量Z の定義は以下の通り。

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^{n} \mathrm{sign}(X_j - X_k) \qquad (1)$$

$$\mathrm{sign}(\theta) = \begin{cases} 1 & \theta > 0 \\ 0 & \theta = 0 \\ -1 & \theta < 0 \end{cases} \qquad (2)$$

$$\mathrm{Var}(S) = \frac{1}{18}\left( n(n-1)(2n+5) - \sum_{i=1}^{n} e_i(e_i - 1)(2e_i + 5) \right) \qquad (3)$$

$$Z = \begin{cases} \dfrac{S-1}{\sqrt{\mathrm{Var}(s)}} & S > 0 \\ 0 & S = 0 \\ \dfrac{S+1}{\sqrt{\mathrm{Var}(s)}} & S < 0 \end{cases} \qquad (4)$$

- $e_i$はデータ{$X_1$,$X_2$,…,$X_n$}を昇順に並べたとき、同じ値が連続して出現する個数を表し、nはその組数を表す。
- 有意水準を $\alpha$ としたとき、標準正規変量Zが$|Z|>z_{1-\alpha/2}$のとき仮説$H_0$は棄却される。$z_{1-\alpha/2}$は標準正規分布の超過確率 $\alpha/2$に相当するクォンタイルである。
- S>0のとき、水文時系列資料Xiは上昇傾向であることを示し、S<0のときは下降傾向であることを示す。

# 非定常水文統計解析手法

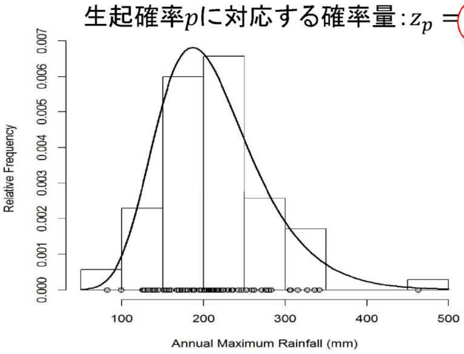


○これまで下水道計画においては、年最大雨量等の極値分布が時間的に変化しない（定常）とみなして水文統計解析を実施してきた。
○しかしながら、時間50mmを超えるような短時間降雨の発生回数が近年増加していることや、非温暖化実験結果から地球温暖化の影響により降雨量が増加していることが示されており、過去の降雨量の標本を定常として扱うことが妥当か検証する必要がある。
○本検討では、2010年までを対象に定常性の検討を行った結果、非定常となる観測所において、観測開始～2010年までのデータ期間を使用して、①定常解析、②非定常解析による比較検討を実施。
○今回、非定常の水文統計解析として、GEV分布の母数（位置母数、尺度母数）を時間依存として最尤法により母数を推定。

確率密度関数：$g(z) = \frac{1}{\sigma}\left[1+\xi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi-1} \cdot exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}$

累積分布関数：$\mathrm{G}(z) = exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\}$

生起確率$p$に対応する確率量：$z_p = \mu - \frac{\sigma}{\xi}\left[1-\{-\log(1-p)\}^{-\xi}\right]$




$z$　：確率変数
G(z): zに関するGEVの累積分布関数(cdf)
$\mu$　：位置母数(location parameter)　→分布の「場所、位置」
$\sigma$　：尺度母数(scale parameter)　→分布の「拡がりの大きさ」
$\xi$　：形状母数(shape parameter)　→分布の「カタチ」
p　：生起確率
$z_p$　：生起確率pに対応する確率量

→GEVには、$\mu$、$\sigma$、$\xi$という3つの母数が存在する。



# 非定常水文統計解析手法



○年最大雨量（60分降雨量と10分降雨量）を対象に適用する。
○モデル間の優劣については、AIC（Akaie's Information Criterion：赤池情報量基準）で評価し、AICが最小となるモデルを選定する。なお、もともとのAICは無限標本を仮定しているため、ここでは小標本に対しても偏りが生じないよう有限修正がされたAICc（修正情報量基準）を採用している。

$$\mathrm{AIC}c = -2l + 2p + \frac{2p(p+1)}{n-p-1}$$

$l$: 最大尤度
$p$: パラメータの数
$n$: 標本数

| | モデル | 位置母数　μ ※1 | 尺度母数　σ ※1 | 形状母数　ξ ※2 |
|---|---|---|---|---|
| 定常 | 1※3 | Const | | |
| | 2 | $a_1 + a_2 \times t$ | Const | Const |
| | 3 | $a_1 + a_2 \times t + a_3 \times t^2$ | | |
| | 4 | Const | $b_1 + b_2 \times t$ | |
| | 5 | $a_1 + a_2 \times t$ | | |
| | 6 | $a_1 + a_2 \times t + a_3 \times t^2$ | | |

※1 ： 位置母数と尺度母数については、以下文献を参考に、100年程度の期間であることから二次関数以下の多項式を設定
立川康人,森信治,キムスンミン,萬和明：非定常水文頻度解析手法を用いた極値降水量の変化予測–地球温暖化予測情報への適用–, 土木学会論文集B1(水工学) Vol.71, No.4, I_367-I_372, 2015.
※2 ： 形状母数については、時間変化を考えると最尤計算が不安定となるため，時間的に変化させない
※3 ： モデル1についてはすべての母数が一定値であるため、定常モデル