

## 第2章 マクロ生産関数の推計<sup>1</sup>

### I. 推計の特徴

#### 1. 米国における研究動向—生産性のパズル—

社会資本ストックの生産力効果は、1990年前後から米国において注目を集めるに至っているが、その背景には、同国における1970年代以降の生産性増加率低下の理由をどのように説明するか（いわゆる「生産性のパズル」）という問題がある。

米国においては、1948～69年まで、労働生産性の増加率は2.5%あったが、1969～87年には1.1%に過ぎなくなった。この間、（民間資本／労働）の増加率は2.1%で安定していた。

民間資本に比べ労働生産性が低下したのであれば、労働から民間資本への代替がおこるはずであり、この間の労働生産性の低下は民間資本及び労働の両方に係る生産性（こうした、全ての生産要素と生産の関係を測る指標を「全要素生産性（Total Factor Productivity）＝TFP」と呼ぶ。）の低下が起こったと考えられる。

しかし、このような生産性の低下を説明するため、エネルギー価格の高騰や技術的に未成熟なベビーブーマーの労働市場への大量参入など、様々な説があったが、どれも決定的な説明とはいえなかった。<sup>2</sup>

#### 2. Aschauerの研究

このような中で、生産性増加率の低下を説明するに当たって社会資本ストックに着目することの重要性を指摘したのが、「政府支出は生産的か」（“Is Public Expenditure Productive”（Aschauer（1989）））である。以下ではその指摘について概観してみる。

#### (1)モデル式

##### ①関数型

生産関数として一般的なコブ＝ダグラス型を想定し、当該期（ $t$ 期）における労働投入（ $L_t$ ）、民間資本投入（ $Kp_t$ ）に加えて社会資本投入（ $Kg_t$ ）を、当該期における生産（ $Y_t$ ）

---

<sup>1</sup> 本章の記述は、建設政策研究センター（1995）を参考にしている。

<sup>2</sup> Munnell（1990）による。

のための投入要素とする。

$$Y_t = e^{(a_0 + a_1 t)} E_t^\alpha Kp_t^\beta Kg_t^\gamma \quad (1)^3$$

両辺の自然対数を取って線形の関数にすると、

$$\ln Y_t = a_0 + a_1 t + \alpha \ln E_t + \beta \ln Kp_t + \gamma \ln Kg_t \quad (2)$$

実際の推計には、(1)式にコブ=ダグラス型生産関数における規模に関する収穫一定の仮定 ( $\alpha + \beta + \gamma = 1$ ) および、民間資本の稼働率 ( $Cu$ : Capacity Utilization Rate) を導入し、次式を用いている。

$$(\ln Y_t - \ln Kp_t) = a_0 + a_1 t + \alpha (\ln E_t - \ln Kp_t) + \beta (\ln Kg_t - \ln Kp_t) + a_2 \ln Cu_t \quad (4)^4$$

## (2)分析結果

### ①モデル式の推計結果<sup>5</sup>

$$(\ln Y_t - \ln Kp_t) = -2.42 + 0.008t + 0.35(\ln E_t - \ln Kp_t) + 0.39(\ln Kg_t - \ln Kp_t) + 0.43 \ln Cu_t \quad (5)$$

(-21.58)    (4.62)    (4.85)    (16.23)    (12.28)

$$\text{Adjusted } R^2 = 0.976 \quad \text{D. W.} = 1.79$$

以上より  $\alpha$  (労働に対する生産弾力性  $(\Delta Y / Y) / (\Delta E / E) = 0.35$ ),  $\gamma$  (社会資本に対する生産弾力性:  $(\Delta Y / Y) / (\Delta Kg / Kg) = 0.39$ ) と推定され、 $\alpha + \beta + \gamma = 1$  より、 $\beta$  (民間資本に対する生産弾力性:  $(\Delta Y / Y) / (\Delta Kp / Kp) = 0.26$ ) である。つまり、社会資本の1%の増大は、生産を0.39%増大させることになり、その割合は民間資本や労働よりも大きい。

また、社会資本を除いた式で以上と同様な推計を行うと、D. W. 比が0.63となり、重大な説明変数が欠落していることが考えられ、社会資本を生産関数に組み入れる妥当性があると考えられる、としている。

## (3)所得から社会資本への因果性関係論

<sup>3</sup>  $a_1$  は技術進歩率と見なすことができる。詳細は後述。

<sup>4</sup> (4)式を(1)式のように表すと、 $Y_t = e^{(a_0 + a_1 t)} E_t^\alpha (Cu^{\frac{\alpha}{\beta}} \times Kp_t)^\beta Kg_t^\gamma$  となる。

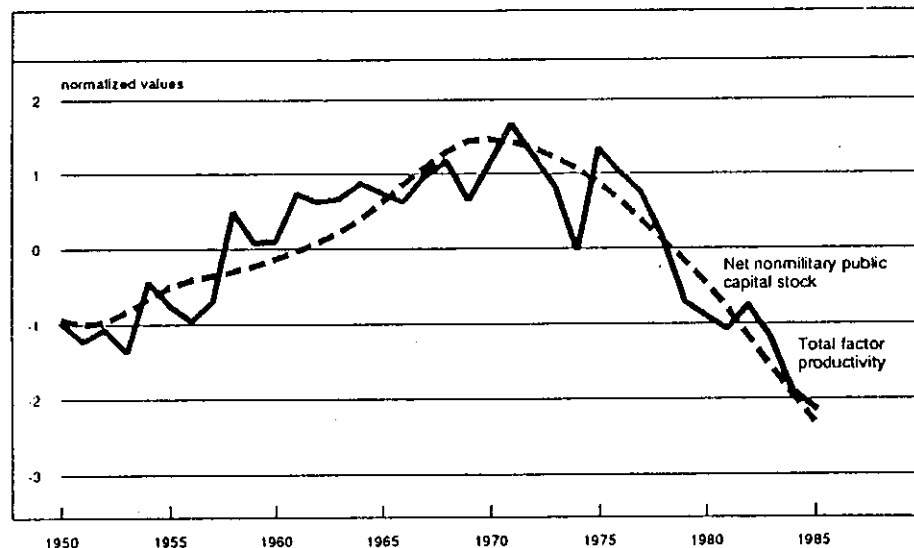
<sup>5</sup> (2)式の推計結果における検定統計量の説明は、章末の付注参照

回帰分析の結果は以上のようになるが、その一方で、所得の増大が社会資本の増大をもたらすという因果関係を持っている可能性がある。しかし、Aschauer は以下のような反証をによって、こうした可能性を排除している。

- ①政府支出は、一人当たり所得が高いほど大きいとはいえない。<sup>6</sup>
- ②前述のように、生産関数に社会資本を組み入れることにより、説明力が大きくなる。
- ③仮に当期の生産が当期の社会資本ストックに影響を与えているとすれば、モデルの誤差項は当期の社会資本ストックの変動要因となっているはずである。こうした影響を除去するために、社会資本ストックの項に前期の値を導入して推計を行ったが、今期の値を入れたものと大きな違いはない。
- ④社会資本から生産への因果関係が先験的に明らかな例として、運送業の生産関数を公共ハイウェイのストックを説明変数に含めて推計したところ、公共ハイウェイの係数は有意で、かつ、高い値となった。

また、Aschauer は、以上の推計を根拠に社会資本が生産関数の中で重要な位置を占めているとし、労働にも資本にも属さない生産性の向上を全要素生産性（TFP）とすると、標準化したTFPが、標準化した社会資本の伸び率と高い相関をもっていることを示した（図 1-2- 1）。

図 1-2- 1



<sup>6</sup> 本研究に用いたデータによると、日本においては、一人当たり所得が高い地域ほど、一人当たりの社会資本ストックがむしろ小さくなっているといえる。

### 3. その他の研究動向

#### (1) 海外におけるマクロ生産関数の研究事例

その後、Aschauer が示した社会資本の生産性に対する影響については、それを改めて証明するものだけでなく、反論も続出した。ここにその全てを紹介することは出来ないが、ここでは、反論の中でも幅広いデータを用いて検証を行っている Ford-Poret (1991) の論文を簡単に紹介する。

Ford-Poret (1991) においては、Aschauer (1989) の検証として、大きく分けて 3 つの検証が行われている。つまり、基本的に Aschauer が用いた生産関数に基づいて、① OECD 11 カ国の TFP と社会資本の関係、② 国家間 (cross-country) の TFP と社会資本の関係、③ アメリカにおける 1890 年からの長期の TFP と社会資本の関係、の検証を行っている。

その結果、① OECD 11 カ国については、ギリシャを除いて、社会資本は 70 年代半ばをピークとしているなかで、アメリカ、日本、ドイツ、カナダ、ベルギーが TFP が社会資本と同じ動きをしている。② 一見関係がないように見える、国家間の TFP と社会資本の関係についても、高い弾力性が観察されることが分かった。③ アメリカの長期の TFP と社会資本は、一定の方法でトレンドを除去すると、第二次大戦前には関係がないことがわかる。また、戦後については両者の一致が見て取れるものの、社会資本が TFP の動きに後れをとっていることがわかる。

これらの事実より、Ford-Poret は、社会資本と TFP には逆の因果性の存在可能性を指摘している。つまり、生産性の低落は政府の予算を圧迫し、社会資本の形成を減少させるのである。また、推計された弾力性の大きさは成長会計より生産性になおすと、社会資本は民間資本の 3 倍の生産性があることになるとも指摘している。

また、所得から社会資本への因果関係については、Aschauer も注意を払っていたものの、Aschauer が行っていた検証の方法では、互いに長期の遞減傾向を示す数値間の因果関係を明らかにすることにはつながらないとしている。

このような因果関係の問題点は、推計の結果が統計的に望ましいものであっても生じるものである。また、後述するように、資源配分の最適化の観点からは、社会資本と民間資本との生産性はほぼ同一となっているはずである。本研究では、Ford-Poret が指摘した以上のような問題点に留意しつつ、社会資本の生産力効果を測定する。

## (2)我が国におけるマクロ生産関数の研究事例

先に述べた米国の研究事例が報告されるようになると同時に、財政再建に対する意識の高まりなども反映し、社会資本が持つ効果に対する研究が行われるようになった。マクロ生産関数を用いた推計としては、三井・井上（1995）や竹中・石川（1991）などが挙げられる。

各研究において推計されたパラメーターは、係数間制約や推計期間など、仮定の変化で推計値が異なっている。これらの研究を総合すると、1975年以降の時系列データを取った場合、日本における社会資本の係数は、おおむね0.10～0.30の間であるという結果が出ている。したがって、少なくとも、社会資本が生産に0.15～0.30という一定の弾力性をもって生産に影響を与えているといえる。

## 4. 本研究における推計の特徴

次節以降では、Ascuauerの導いた、社会資本が経済に大きな影響を及ぼしているとする結果が日本においても成立するかについて、コブ＝ダグラス型のマクロ生産関数を用いて検証する。既存の研究結果では、データ及び推計する際の制約条件等によって、生産力効果を示すパラメーターに大きなばらつきを持っている。このことを踏まえた上で、推計された結果の妥当性を高めるために、以下の二つの可能性について吟味を行う。

### ①所得分配率≒生産弾力性の可能性

後述するように、コブ＝ダグラス型の生産関数において国内企業の利潤最大化を仮定すると、労働と資本についての所得分配率≒生産弾力性となるという結果が導かれる。日本経済においては1970年代前半に所得分配率が大きくするなどの構造転換があったと考えられ、推計の際にはそうした変化を考慮に入れた推計を行う。

### ②民間資本の限界生産性≒社会資本の限界生産性の可能性

民間資本と社会資本の限界生産性については、両者が均衡していれば、一括固定税による財源調達にもとづく資源配分の最適化が図られていることになる<sup>7</sup>。社会資本整備には経済効果以外の目的もあることから、両者は必ずしも完全に一致することはないと考えられるが、現実妥当性の観点から推計の結果を生産性に置き直して比較を行う。

---

<sup>7</sup> 井堀（1996）、赤木（1996）等参照。

## II. 所得分配率と生産の弾力性

### 1. 生産における最適化と分配率

#### (1) コブ=ダグラス型生産関数と弾力性

$Y_t = A_t E_t^\alpha Kp_t^\beta Kg_t^\gamma$  のコブ=ダグラス型生産関数を線形に展開すると、

$$\ln Y_t = \ln A_t + \alpha \ln E_t + \beta \ln Kp_t + \gamma \ln Kg_t$$

となる。これを解釈するために、(2) 式を時間  $t$  で微分すると、

$$\frac{\partial(\ln Y_t)}{\partial Y_t} \frac{dY_t}{dt} = \frac{\partial(\ln A_t)}{\partial A_t} \frac{dA_t}{dt} + \alpha \frac{\partial(\ln E_t)}{\partial E_t} \frac{dE_t}{dt} + \beta \frac{\partial(\ln Kp_t)}{\partial Kp_t} \frac{dKp_t}{dt} + \gamma \frac{\partial(\ln Kg_t)}{\partial Kg_t} \frac{dKg_t}{dt}$$

$dt = 1$  とすると、

$$\frac{\Delta Y_t}{Y_t} = \frac{\Delta A_t}{A_t} + \alpha \frac{\Delta E_t}{E_t} + \beta \frac{\Delta Kp_t}{Kp_t} + \gamma \frac{\Delta Kg_t}{Kg_t} \quad (3) \quad \text{であり、}$$

( $Y$  の変化率) = ( $A$  の変化率) +  $\alpha \times$  ( $E$  の変化率) +  $\beta \times$  ( $Kp$  の変化率) +  $\gamma \times$  ( $Kg$  の変化率)

が成立していることとなる。一般に弾力性とは、(生産 ( $Y$ ) の変化率) / (生産要素 ( $E, Kp, Kg$ ) の変化率) で定義されるものであり、(3) 式より、各式の  $\alpha, \beta, \gamma$  は、生産要素 ( $E, Kp, Kg$ ) に対する総生産 ( $Y$ ) の弾力性値である。

一方、 $\ln A_t$  を時間  $t$  で微分した値は、生産要素の増大に依存しない総生産の増加率であり、ここでは労働・資本に関して中立的 (Hicks-Neutral) な技術進歩率と考えることができる。

#### (2) コブ=ダグラス型生産関数における弾力性と分配率の関係

上で求めた弾力性は、生産額のうち何割が労働者に支払われ、何割が資本レンタル (利子) として支払われるかということを示す、労働・資本への分配率として現実の経済に反映されていると考えられる。ここではまず、弾力性と分配率との関係について述べる。

$Y = AE^\alpha Kp^\beta Kg^\gamma$  のコブ=ダグラス型生産関数において、 $Y$  の最適化を行うと、例えば  $E$  (労働量) においては、利潤最大化のため必要条件として、生産物と労働投入の価格比 ( $w$ ) は労働の限界生産性に等しいという条件が求められる<sup>8</sup>。

<sup>8</sup> 利潤最大化の状態においては、限界生産性よりも価格が高ければ投入量を減らして限界生産性を高め、価格よりも限界生産性が高ければ投入量を減らして限界生産性を低くするというように、(4) 式の両辺が均衡するように調整されている。

$$w = \frac{\partial Y}{\partial E} = \alpha \left( \frac{Y}{E} \right) \quad (4)$$

ここで、両辺に  $\frac{E}{Y}$  をかけると

$$\frac{wE}{Y} = \alpha \quad (5)$$

となる。これは、民間資本 ( $Kp$ ) においても同様であり、

$$\text{(労働分配率)} : \frac{wE}{Y} = \alpha, \quad \text{(資本分配率)} : \frac{rKp}{Y} = \beta$$

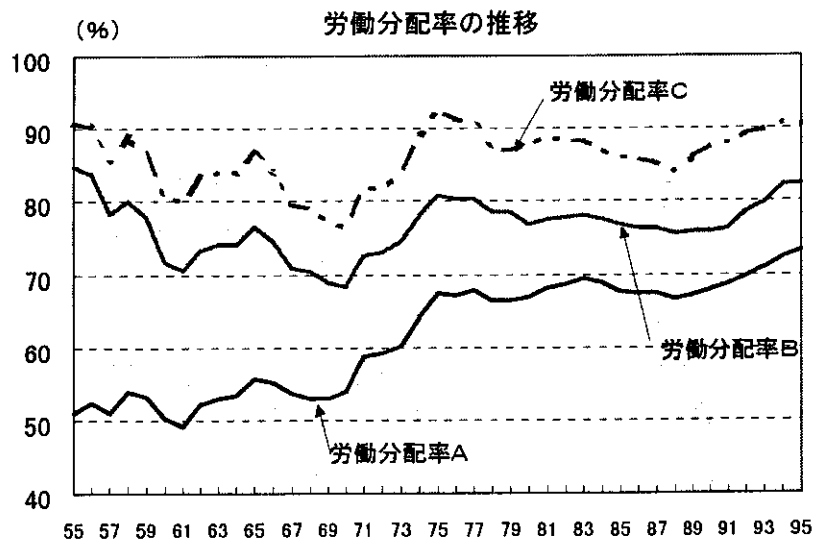
が求められる。すなわち、利潤を最大化している下では、労働に対する生産弾力性  $\alpha$  は労働分配率と等しくなり、民間資本に関する生産弾力性  $\beta$  は資本分配率と等しくなる。

そして、 $\alpha + \beta = 1$  であれば、生産されたものが全て労働と資本に分配されることになり、 $Y = wE + rKp$  が得られる。

## 2. 日本における資本分配率の推移

それでは、日本においては労働分配率（資本分配率）はどのような推移をたどってきたのだろうか。

図 1-2- 2<sup>9</sup>



<sup>9</sup> ここでの労働分配率の定義は、三井・井上(1994)p56等による。

$$\text{労働分配率A} = \frac{\text{雇用者所得}}{\text{国民所得}} \qquad \text{労働分配率B} = \frac{\text{雇用者所得}}{\text{国民所得} - \text{個人企業所得}}$$

$$\text{労働分配率C} = \frac{\text{雇用者所得}}{\text{雇用者所得} + \text{民間法人企業所得}}$$

労働分配率は、国民経済計算におけるデータの制約などにより、様々に定義されている。労働分配率は、大まかにいって国民所得に定める雇用者所得の割合である（労働分配率A）と考えられるが、雇用者所得には、個人企業者の労働に対する分配が入っておらず、真の分配率よりも過小に計算されている可能性がある。そこで、労働に対する分配を直接把握することのできるデータがないため、データを加工して推定したものが労働分配率B・Cである。したがって、労働分配率は図1-2-2において見られるように、定義によってその水準に大きく差があり、最適な分配率の水準というものはある程度の幅を持って解釈される必要がある。

ただし、どの定義をとっても、1960年代後半～1970年代の前半に10～15%程度の労働分配率の上昇が見られる<sup>10</sup>。そして、特に労働分配率Aを採用すると、70年代前半以外は労働分配率がほぼ一定であることが観察される。

吉川(1992)では、1970年頃に日本経済に大きな構造変化が起こったとしている。これによると、オイルショック以前では、人口移動→世帯数増→耐久消費財を中心とした内需拡大→成長→人口移動という成長・循環のプロセスがあったが、1970年以降の設備投資は、資本係数 ( $Kp/Y$ ) の上昇に見られるように、能力向上型投資よりも、合理化（省力化）投資が中心となり、資本利潤率の低下及び労働分配率の上昇が見られるようになったとしている。

したがって、生産関数は最適性の仮定をある程度満たすということを仮定すると、コブ＝ダグラス型生産関数による推計では、1960年代～1970年代の前半でパラメーターが変化していることを反映させるような推計を行う必要がある。

---

<sup>10</sup> この背景には、1970～73年の間に、労働サービスに対する物価が8.93%上昇したのに対して、資本価格に対する物価が0.37%しか上昇しなかったことに見られるように、この期間に労働の民間資本に対する相対価格が大幅に上昇していった。黒田・吉岡・清水(1987)p85参照。



### Ⅲ. マクロ生産関数の推計

#### 1. 推計式の特定化

##### (1) 生産要素が民間資本と労働のみの生産関数

以下では、日本における総生産、労働量、民間資本ストック、社会資本ストックのデータを用いて推計を行う。ただし、国鉄・電電公社の民営化の影響で、鉄道・通信に係る民間資本と社会資本ストックのデータが連続性を保てないため、以下では、総生産、労働量、民間資本ストック、社会資本ストックの全てにおいて、鉄道・通信分野を除いて推計を行っている<sup>11</sup>。

まず、社会資本を導入しない労働と民間資本だけからなる生産関数の推計を行うと、(1)式のようなになる。推計にあたっては、生産量が労働と資本に関して1次同次の制約を受けていると仮定している。また、生産量は前期の生産量の影響を一定程度受けると想定し、一階の自己回帰モデル（AR(1)モデル）において、系列相関パラメータの探索を HILU（Hildreth-Lu）法（刻み値=0.05）によって推計している<sup>12</sup>。

$$\ln Y - \ln E = 0.594 + 0.400(\ln K_p - \ln E) \quad - (1)$$

(3.385)      (5.378)

Adjusted R<sup>2</sup>=0.424,    D.W. =1.502

##### (2) 技術進歩の導入

(1)式においては、決定係数が0.424と低く、あてはまりが十分ではなかったが、(1)式のような生産関数においては、技術進歩が大きな役割を果たしているといわれている。以下では、技術進歩の寄与率が時間に対して一定であるとして、推計を行う。手法としては、対数をとったコブ=ダグラス型生産関数の中で、技術進歩の代理変数としてトレンド項を導入し、その係数の大きさを計測することとなる。

<sup>11</sup> 本章におけるデータは、建設政策研究センター(1995)に用いているデータを加工して使用した。データ本体及びデータ作成の方法は、同報告書参照。

<sup>12</sup> 自己回帰モデルについては、山本(1988)等を参照。また、HILU法については、Hildreth, Lu, (1960)等を参照。

$$\ln Y - \ln E = 0.600 - 0.0003 \cdot T + 0.403(\ln Kp - \ln E) \quad - (2)$$

(2.216)    (-0.032)    (3.546)

Adjusted R<sup>2</sup> = 0.408,    D.W. = 1.505

その結果が(2)式であるが、この際にトレンド項の係数は有意でなく、式全体の決定係数もむしろ減少している。したがって、トレンドとして観測される技術進歩は、このままの形で生産関数に導入することは不適當であるといえることができる。

### (3) 社会資本ストックの導入

第1章において述べたように、Aschauer は、労働・資本という生産要素に帰すことのできない技術進歩の大部分が社会資本ストック量の変化で説明できるとした。そこで、(2)の生産関数について、トレンド項の代わりに公的固定資本形成をもとに積み上げた社会資本ストック量を導入すると、以下の(3)式のようになる。

$$\ln Y - \ln E = -3.977 + 0.330(\ln Kp - \ln E) + 0.227 \cdot \ln Kg \quad - (3)$$

(-1.699)    (2.572)    (2.270)

Adjusted R<sup>2</sup> = 0.843,    D.W. = 1.410

(3)式に見るように、社会資本に係る係数のt値は有意であり、式全体の決定係数も0.843となつて、説明力の高い推計式となっている。

### (4) 労働分配率上昇の反映

前述のように、労働分配率は1960年代後半から70年代前半に上昇を見せた。これを、係数の上で反映させるためには、 $\ln Kp - \ln E$ について、係数ダミーを導入する必要がある。1957年から66～75年について、ダミーを試行した結果、最もあてはまりの良いのが、57年から68年までの係数ダミーであり、推計式は(4)式ようになった。

$$\ln Y - \ln E = -5.858 + 0.259(\ln Kp - \ln E) + 0.322(\ln Kp - \ln E)^{(57年 \sim 68年)} + 0.327 \cdot \ln Kg \quad - (4)$$

(-2.594)    (2.054)    (3.992)    (2.703)

Adjusted R<sup>2</sup> = 0.980,    D.W. = 1.437

この生産関数に、高度成長期の技術進歩に配慮して、1957年から66～75年について、トレンド項のダミーを試行した結果、57～73年のトレンド項を導入したものである(5)式

が最もあてはまりがよかった。

$$\ln Y - \ln E = -5.015 + 0.0034T + 0.337(\ln Kp - \ln E) + 0.246(\ln Kp - \ln E)^{(57\text{年}\sim 68\text{年})} + 0.277 \cdot \ln Kg$$

Adjusted R<sup>2</sup> = 0.984, D.W. = 1.462

- (5)

(5)式によると、57～73年のトレンド項は有意であるが、係数は0.003と小さい。これを解釈すると、GDPに反映されるようなトレンドとしての技術進歩は1970年までであり、その値も0.3%と非常に小さいということになる。その代わりに、社会資本に対する総生産の弾力性は0.277であり、労働・民間資本の各要素によって説明されない生産性上昇率(TFP)のうち、社会資本によって説明できる部分が大きいと考えられる。

## 2. 推計式の性質－弾力性と限界生産性－

### (1) 弾力性の分析

(5)式により推計された弾性値を表にまとめると以下のようになる。

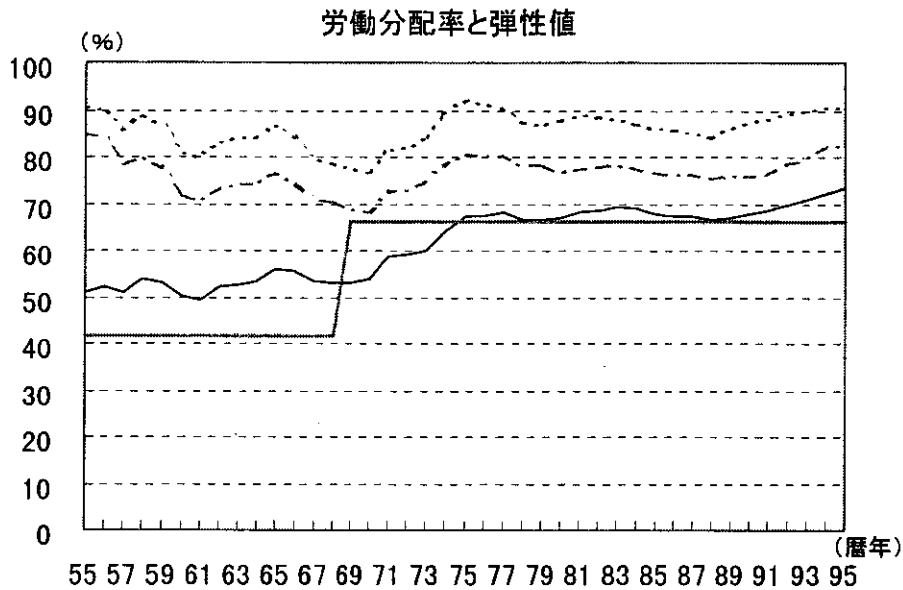
< GDPの各生産要素に関する弾力性 >

	労働	民間資本	社会資本
1957～73年	0.42	0.58	0.28
1974～95年	0.66	0.34	0.28

つまり、生産の民間資本に対する弾力性は、オイルショック以前に比べて大きく落ち込み、代わって労働に対する弾力性が大きくなっている。それに対し、生産の社会資本に対する弾力性は、オイルショック前後で差がないという結果となっている<sup>13</sup>。

<sup>13</sup> 社会資本にも民間資本と同様の係数ダミーをとることが可能であるが、正の値をとらず、社会資本に対する生産の弾力性が落ちているという仮説は棄却される。

図 1-2- 3<sup>14</sup>



また、労働量に係る弾性値は、図 1-2- 3にも見るように、労働分配率とも比較的整合性が高く、推計された生産関数が最適性を概ね満たしているといえる。ただし、弾性値の変化は、技術進歩が労働と資本について中立でなく、労働に対する技術進歩が起こってきたことを反映しているとも見ることができる。

## (2) 限界生産性の推移

弾力性を見ると、民間資本の方が社会資本よりも大きいものの、生産要素に係る生産性を見るためには、生産要素を一単位増やしたときに生産がどれだけ増えるかという、限界生産性が必要となる。

$Y = AE^\alpha Kp^\beta Kg^\gamma$  の生産関数において、民間資本の限界生産性、社会資本の限界生産性はそれぞれ以下のように定義される。

$$\text{民間資本： } F_{Kp} = \frac{\partial Y}{\partial Kp} = \beta \cdot AE^\alpha Kp^{\beta-1} Kg^\gamma = \beta \cdot \frac{Y}{Kp} \quad (6)$$

$$\text{社会資本： } F_{Kg} = \frac{\partial Y}{\partial Kg} = \gamma \cdot AE^\alpha Kp^\beta Kg^{\gamma-1} = \gamma \cdot \frac{Y}{Kg} \quad (7)$$

つまり、限界生産性は弾力性を資本係数 ( $Kp/Y$ ないし  $Kg/Y$ ) で除したものであり、

<sup>14</sup> 労働分配率については、図 1-2- 2と同様。

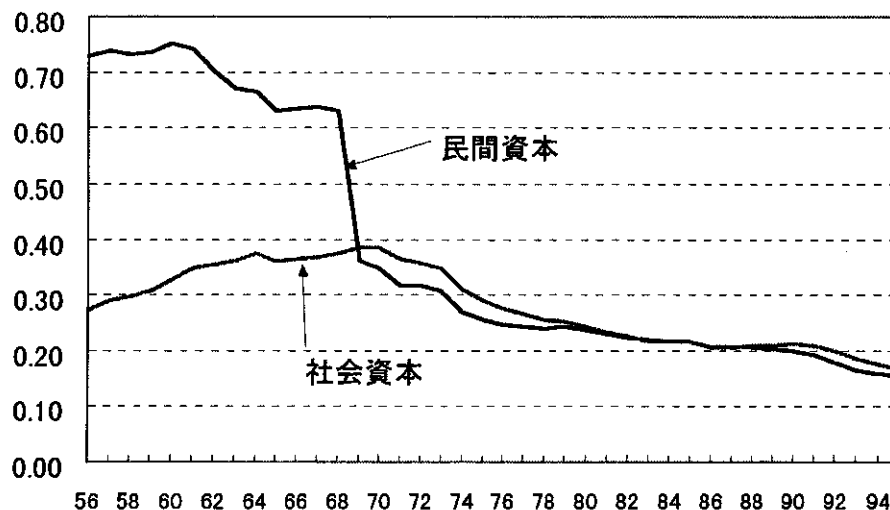
弾力性が高くても生産要素の賦存量が大きければ、限界生産性は低くなる。

ここで民間資本を1単位増大させるか、それとも社会資本を1単位増大させるかの選択に直面しているとする、 $F_{Kp} > F_{Kg}$ であれば民間資本への投資を行い、 $F_{Kp} < F_{Kg}$ であれば社会資本に投資することが効率性の上昇につながる。このとき、生産関数が民間資本、社会資本の両方について収穫逓減であり、資本減耗率が同じであるとする、利潤最大化の投資行動を通じて $F_{Kp} = F_{Kg}$ になるように調整されるはずである。逆にいえば、 $F_{Kp} > F_{Kg}$ であれば社会資本が最適水準よりも過剰であり、 $F_{Kp} < F_{Kg}$ であれば社会資本が過小である可能性が強いと言える<sup>15</sup>。

ここで、推計で用いた社会資本と民間資本の賦存量をもとに、両者の限界生産性の推移を見ると、図1-2-4のようになる<sup>16</sup>。

図1-2-4

社会資本と民間資本の限界生産性の推移



1970年代前半までは、投資が投資を呼ぶ高度成長を続けていた日本経済において、民間資本の限界生産性は著しく高く、社会資本の限界生産性との間には大きな差があった。一

<sup>15</sup> ただし、資本所得課税と労働所得課税などのバランスによって、必ずしも $F_{Kp} = F_{Kg}$ が最適ではない場合がある。詳細は井堀(1996)p269-p271参照。

<sup>16</sup> 追加の民間資本についても、既存資本の同じ稼働率を適用すると仮定した場合の数値である。

方、高度経済成長が終焉し、輸出主導型の経済となった70年代以降は民間資本の限界生産性も低下し、社会資本とほぼ同水準となった。その後、現在に至るまで社会資本・民間資本の限界生産性は水準を同じくしながら低下傾向で推移してきた。

また、測定されている係数の標準誤差が社会資本の係数について40%程度あり、結果には若干の幅を持って解釈する必要があるものの、社会資本と民間資本の限界生産性が1970年以降ほぼ一致しているという事実から、日本全体で見た場合の社会資本ストック量は民間資本との代替関係において、ほぼ適正な水準にあると考えられる。

付注. 検定統計量について<sup>16</sup>

・決定係数( $R^2$ )および自由度修正済み決定係数(adjusted  $R^2$ )

予測値 ( $\hat{y}_i$ ) と観測値 ( $y_i$ ) のあてはまりの良さを表す (重) 相関係数 ( $R$ ) の 2 乗値である決定係数 ( $R^2$ ) は、以下の式で表される。

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\hat{y} \text{で説明された部分}}{y \text{の全変動}}$$

多重回帰分析における決定係数は、1に近いほど推計式全体のあてはまりが良いことになるが、データ数 ( $n$ ) に比して説明変数の数 ( $p$ ) が多いほど、大きくなるという性質を持っている。そこで、多重回帰分析には  $n$  と  $p$  に合わせて決定係数 ( $R^2$ ) を修正して、以下の式で定義される自由度修正済み決定係数 (adjusted  $R^2 = \bar{R}^2$ ) を用いることが多い。

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p-1}(1-R^2)$$

・t値

回帰分析で推定された各係数の値を  $\hat{\beta}_j$  とすると、誤差項が正規分布に従うならば、以下の式で表される  $\hat{\beta}_j$  に対応する t 値は、自由度  $m (=n-p-1)$  の t 分布に従うことになる。

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{s(\hat{\beta}_j)} \quad (\text{ただし、} s(\hat{\beta}_j) \text{ は } \hat{\beta}_j \text{ の標準誤差とする。})$$

ここで係数  $\beta_j$  が 0 であるという (帰無) 仮説が、どの程度の確率で棄却できるかを調べるために、自由度  $m$  の t 分布において t 値がどの区間に存在するかを基準として検定を行う。そして、 $\beta_j$  が 0 であるという仮説が棄却されれば、 $\beta_j$  に係る説明変数は、推計式の上で被説明変数に有意に働いていることになる。

一般に、t 値はその絶対値が大きいくほど説明変数が有意であることになり、本章における推計ではデータ数が 39、説明変数が 3~5 であり、 $|t| > 2$  であれば、説明変数が有意であるとされた。

---

<sup>16</sup> 定義等は、山本(1995)、中村他(1984)、チャプマン・ブライス(1981)を参考にした。詳細は、これらを参照のこと。

・ダービン・ワトソン比(D.W.)

残差 ( $\hat{u}_i$  : 予測値と観測値の乖離幅) が、隣接する期で相関 (系列相関) をもっているか否かを検定するために、以下の式で定義されるダービン・ワトソン統計量 ( $D.W.$ ) が用いられる。

$$D.W. = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{u}_i - \hat{u}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{u}_i)^2}$$

一般に、残差に一階の系列相関があるかは、 $u_i = \rho u_{i-1} + \varepsilon_i$ ,  $|\rho| < 1$ における  $\rho$  が有意であるかによって判断されるが、 $D.W.$  は、 $\rho$  の推定量  $\hat{\rho}$  を用いて、

$$D.W. \doteq 2(1 - \hat{\rho}),$$

のように近似できることが知られている。したがって、 $D.W.$  値は0から4の値をとり、2に近いほど残差に系列相関がないと推定される。

誤差項の系列相関がある場合、モデル式から重要な説明変数が欠落している可能性があり、前出の  $t$  値や adjusted  $R^2$  が過大に推計されている可能性がある。