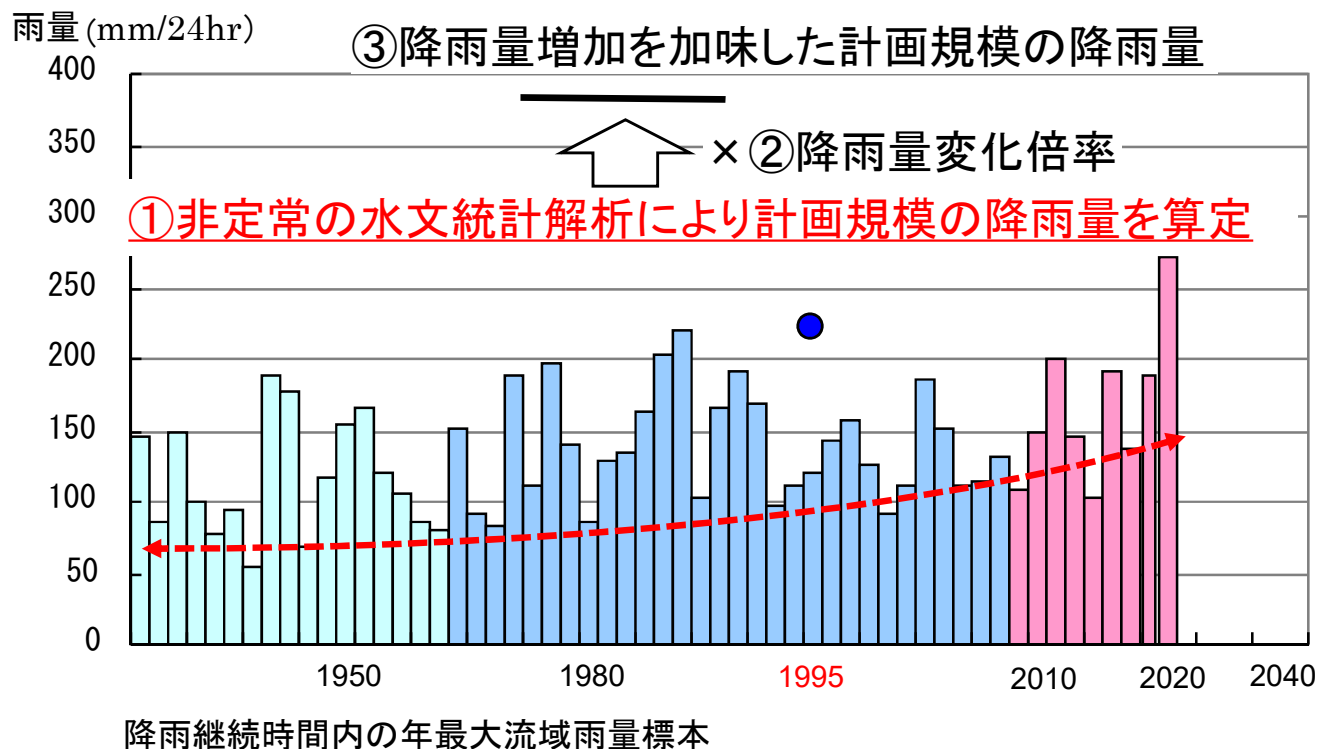


非定常統計解析手法について

【参考】近年洪水までの標本を用いた非定常統計解析手法とその課題

○非定常統計解析により、雨量標本の統計特性の時間的変化をモデルに組み込み、気候変動の影響がまだ現れていないと想定される時点(下図の例では過去実験の中間年である1995年)での、計画規模の降雨量に降雨量変化倍率をかける方法などが考えられる。

非定常統計解析手法の適用イメージ



非定常統計解析手法の課題

- 雨量標本が非定常性を示したとしても、それが気候変動の影響とは必ずしも言い切れない。
- 元々、降雨量に対して時間は説明変数ではないため、母数を時間の関数ではなく、気温や湿度の関数で表す方法が研究されている。
- ベースとなる確率分布モデル、母数の関数形など、非定常統計解析の手法が必ずしも確立していない。
→治水計画に適用するには、引き続き、研究開発を進め、上記課題に対する検討が必要と考えられる。

Mann-Kendall検定

○Mann-Kendall検定は、水文時系列資料のトレンドを検定する手法であり、トレンドが線形か非線形かに関わらず適用可能。

以下の仮説を有意水準 $\alpha = 5$ パーセントにより検定

帰無仮説 H_0 : n 個のデータ $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ が独立で同一の確率分布に従う。

対立仮説 H_1 : n 個のデータ $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ が同一の確率分布に従わない。

⇒有意水準 α に対して、定常・非定常の検定が可能であるとともに、統計量 S の正負によって、上昇・下降傾向の判定も実施

統計量 Z の定義は以下の通り。

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sign}(X_j - X_k) \quad (1)$$

$$\text{sign}(\theta) = \begin{cases} 1 & \theta > 0 \\ 0 & \theta = 0 \\ -1 & \theta < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Var}(S) = \frac{1}{18} \left(n(n-1)(2n+5) - \sum_{i=1}^n e_i(e_i-1)(2e_i+5) \right) \quad (3)$$

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{\text{Var}(s)}} & S > 0 \\ 0 & S = 0 \\ \frac{S+1}{\sqrt{\text{Var}(s)}} & S < 0 \end{cases} \quad (4)$$

- e_i はデータ $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ を昇順に並べたとき、同じ値が連続して出現する個数を表し、 n はその組数を表す。
- 有意水準を α としたとき、標準正規変量 Z が $|Z| > z_{1-\alpha/2}$ のとき仮説 H_0 は棄却される。 $z_{1-\alpha/2}$ は標準正規分布の超過確率 $\alpha/2$ に相当するクォンタイルである。
- $S > 0$ のとき、水文時系列資料 X_i は上昇傾向であることを示し、 $S < 0$ のときは下降傾向であることを示す。

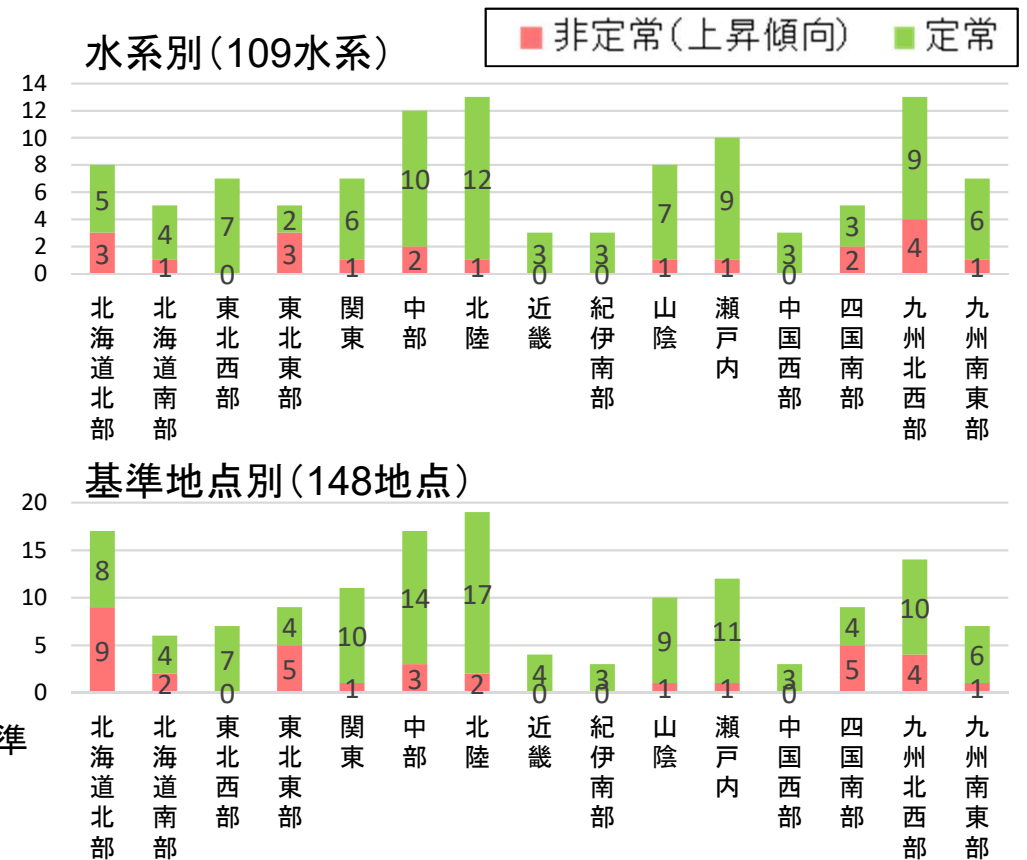
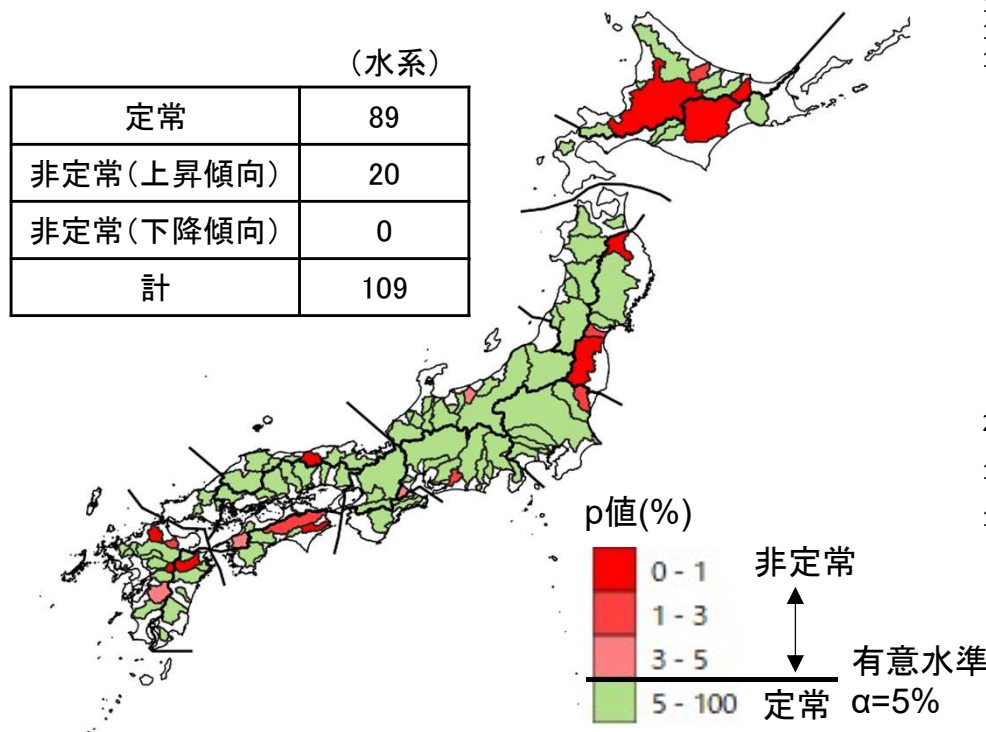
Mann-Kendall検定結果

○109水系の治水基準地点上流の年最大流域平均雨量を対象に適用

- 各流域の計画降雨が対象とする降雨継続時間の年最大値を対象(利根川なら3日)。
- データの保存期間は基準地点ごとに異なるため、1891年～2020年で利用可能なデータをすべて使用(平均で89年、最大で129年分を利用)

○検定の結果、109水系のうち、非定常(上昇傾向)が20水系、定常が89水系となった。
 基準地点別では、148地点のうち非定常(上昇傾向)が34地点、定常が114地点となった。
 非定常(下降傾向)の基準地点・水系はなかった。

Mann-Kendall検定結果



非定常水文統計解析手法

○これまでの治水計画においては、年最大雨量等の極値分布が時間的に変化しない(定常)と見なして水文統計解析を実施してきた。

○しかしながら、時間50mmを超えるような短時間降雨の発生回数が近年増加していることや、非温暖化実験結果から地球温暖化の影響により降雨量が増加していることが示されており、過去の降雨量の標本を定常として扱うことが妥当か検証する必要がある。

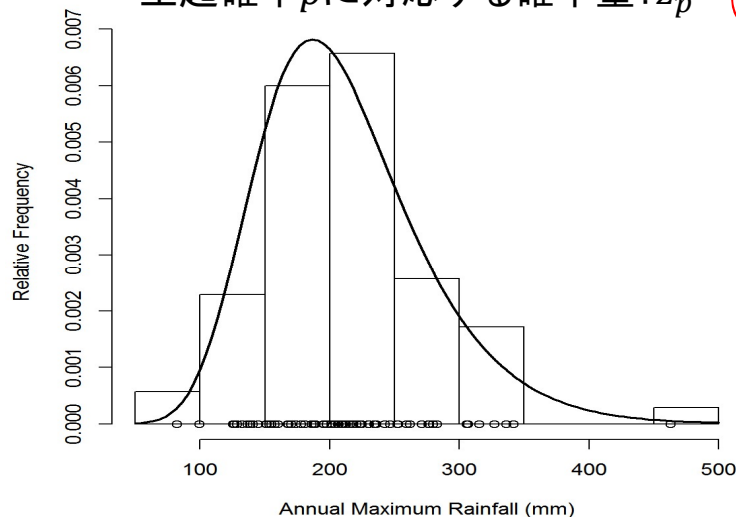
○近年の地球温暖化の影響評価のためには、過去の標本も含めて非定常の水文統計解析を用いる必要がある。

⇒GEV分布の母数(位置母数、尺度母数)を時間依存として最尤法により母数を推定。

$$\text{確率密度関数: } g(z) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi - 1} \cdot \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}$$

$$\text{累積分布関数: } G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}$$

$$\text{生起確率 } p \text{ に対応する確率量: } z_p = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[1 - \{-\log(1 - p)\}^{-\xi} \right]$$



z : 確率変数

$G(z)$: z に関するGEVの累積分布関数(cdf)

μ : 位置母数 (location parameter) → 分布の「場所、位置」

σ : 尺度母数 (scale parameter) → 分布の「拡がりの大きさ」

ξ : 形状母数 (shape parameter) → 分布の「カタチ」

p : 生起確率

z_p : 生起確率 p に対応する確率量

→GEVには、 μ 、 σ 、 ξ という3つの母数が存在する。

非定常水文統計解析手法

- 109水系の治水基準地点上流の年最大流域平均雨量を対象に適用
 - ・各流域の計画降雨が対象とする降雨継続時間の年最大値を対象(利根川なら3日)
 - ・データの保存期間は基準地点ごとに異なるため、1891年～2020年で利用可能なデータをすべて使用(平均で89年、最大で129年分を利用)
- モデル間の優劣については、AIC (Akaike's Information Criterion: 赤池情報量基準)で評価し、AICが最小となるモデルを選定する。なお、もともとのAICは無限標本を仮定しているため、ここでは小標本に対しても偏りが生じないように有限修正がされたAICc(修正情報量基準)を採用している。

$$AICc = -2l + 2p + \frac{2p(p+1)}{n-p-1}$$

l : 最大尤度
 p : パラメータの数
 n : 標本数

モデル	位置母数 μ ※1	尺度母数 σ ※1	形状母数 ξ ※2
1※3	Const	Const	Const
2	$a_1 + a_2 \times t$		
3	$a_1 + a_2 \times t + a_3 \times t^2$		
4	Const	$b_1 + b_2 \times t$	
5	$a_1 + a_2 \times t$		
6	$a_1 + a_2 \times t + a_3 \times t^2$		

※1 : 位置母数と尺度母数については、以下文献を参考に、100年程度の期間であることから二次関数以下の多項式を設定
 立川康人, 森信治, キムスンミン, 萬和明: 非定常水文頻度解析手法を用いた極値降水量の変化予測-地球温暖化予測情報への適用-, 土木学会論文集B1(水工学) Vol.71, No.4, I_367-I_372, 2015.

※2 : 形状母数については、時間変化を考えると最尤計算が不安定となるため、時間的に変化させない

※3 : モデル1についてはすべての母数が一定値であるため、定常モデル