



道路政策の質の向上に資する技術研究開発
成 果 報 告 レ ポ ー ト
No. 25-4

研究テーマ

道路橋示方書の改定を踏まえた性能設計概念に基づく

設計照査手法についての研究開発

—特に下部構造物を中心として—

研究代表者：新潟大学 准教授 大竹 雄
共同研究者：岐阜大学 名誉教授 本城 勇介
(国研) 土木研究所 七澤利明
(国研) 土木研究所 河野哲也
(国研) 土木研究所 飯島翔一

平成 28 年 7 月

新道路技術会議

目次

第1章	はじめに	1
1.1	研究の目的	1
1.2	研究内容と成果の概要	1
第2章	国内外の動向調査に基づく部分係数報導入の意義の再確認と問題抽出	2
2.1	研究概要	2
2.2	米国における道路橋設計基準の開発を巡る制度	2
2.3	AASHTO-LRFD 導入の経緯と初版の発刊	3
2.4	設計基準策定時のキャリブレーションとその再検討	4
2.5	MCS による荷重抵抗係数の決定	5
2.6	基礎構造の抵抗係数の決定	7
第3章	地盤変形係数の推定方法の開発	9
3.1	研究に用いるデータ	9
3.2	変形係数の解釈と理論的考察	11
3.3	地盤変形係数の推定方法の提案	14
第4章	地盤反力係数の推定方法の開発	20
4.1	地盤反力係数導出のための回帰方程式	20
4.2	杭基礎の水平地盤反力係数推定問題への適用	22
4.3	回帰分析結果に対する考察	26
第5章	抵抗係数設定方法の開発	32
5.1	MCS を用いた信頼性解析	32
5.2	MCS による部分係数の決定方法	33
5.3	情報更新後の部分係数	34
5.4	試験数に応じた抵抗係数設定	38
第6章	マニュアル作成	40

第1章 はじめに

1.1 研究の目的

道路橋示方書は、H.23年度改定に引き続き、数年以内に性能設計概念の徹底と、部分係数法による設計照査を全面的に導入した大幅改定が予定されている。本研究はこの改定に備え、この概念と手法を全面的に取り入れた、道路構造物の建設や維持補修のコストの縮減や、合理化を目指した設計照査手法を廻る諸問題に、具体的な解を示すことにより、性能設計の導入の効果が発揮されることを目的とした。

1.2 研究内容と成果の概要

本研究における具体的な検討内容は以下の4項目に大別される。また、それぞれについて成果の概要を下記に示す。

(1) 国内外の動向調査に基づく部分係数法導入の意義の再確認と問題点抽出 (第2章)

初年度に実施。1990年代の米国AASHTOのLRFD基準導入の主導的推進者、現役の下部構造設計基準コードライターを招聘し、個別の意見交換、講演会の開催、会議への招待講演等を通じて、経緯と総括を含む多くの有用な情報を得た。結果を学術誌等に公表、好評を得た。

国内の経験豊富な橋梁下部工関係技術者を招集、現行道示の性能設計の観点からの問題点を抽出した。構造物変形関連の地盤パラメータの推定方法に問題が多いと判断した。

(2) 地盤変形係数Eと地盤反力係数kHの推定方法の開発 (第3章)

構造物基礎の設計における変位の推定精度は、耐力照査に比べて相対的に低く、地盤変位に関する推定精度の向上が求められている。これを踏まえて、日本全国5995箇所 of 橋梁建設現場で計測された各種の地盤調査データを統計的に解析することにより、新しい推定式を提案した。具体的には、地盤の歪レベルを考慮した地盤変形係数Eと杭の地盤反力係数kの推定方法を提示した。この成果は、性能設計実現への大きな一歩であり、結果は、改定される道示に反映される予定である。本研究のエフォートの半分程度は、この研究に投入された。

(3) 信頼性理論に基付いた下部構造物独特の抵抗係数設定方法 (第4章)

下部構造物独特の、地盤調査位置や数、載荷試験の実施数等の違いによる、抵抗係数の設定方法を、信頼性理論に基づき検討、提案した。結果は、道示改定の基礎資料となる予定である。

(4) 信頼性解析のためのマニュアルと例題の作成 (第5章)

橋梁下部構造の典型例である、杭基礎と浅い基礎について、実務者が自ら信頼性解析を行うための例題に基づくマニュアルと作成した。

第2章 国内外の動向調査に基づく部分係数法導入の意義の再確認と問題抽出

2.1 研究概要

2013年10月から11月にかけて、John M Kulicki 博士と Tony M. Allen 氏を招聘し、米国 AASHTO(American Association of State Highway and Transportation Officials)の道路橋設計基準における荷重抵抗係数設計法(以下、LRFD, Load and Resistance Factor Design)の策定経緯と現在の検討状況、今後の動向について講演を聞くとともに、日本の基準策定に係る関係者との意見交換を行った。

なお Kulicki 博士は、著名な橋梁設計コンサルタントであり、AASHTO 道路橋設計基準が LRFD 形式の照査基準に改定されたときの中心を担った。Kulicki 博士からは、AASHTO-LRFD 導入の経緯やその評価、将来の展望について聞いた。

一方 Allen 氏は、ワシントン州交通局(WS-DOT)の技師で、現在 AASHTO の道路橋設計基準の改定を実施する委員会(HSCOBS)メンバー中の唯一の地盤工学者である。Allen 氏には、現在 AASHTO-LRFD 設計基準の改定で、実際に荷重・抵抗係数を求める考え方や手続について聞いた。Allen 氏の専門が基礎構造であるため、内容は主に基礎構造の荷重抵抗係数を対象としたものとなっている。

2.2 米国における道路橋設計基準の開発を巡る制度

本題に入る前にここで、AASHTO の設計基準の位置や、その改定手順について確認しておきたい。米国では、高速道路の計画・設計・施工・維持管理に直接責任を負っているのは、各州の DOT (Department of Transportation) であり、そ

れぞれ独自の設計基準を持っている。AASHTO はその名称の通り、これら DOT をメンバーとする協会である。実際に各州で採用される設計基準は、AASHTO の基準をベースにはするが、各州でそれぞれの事情に応じてこれを変更・補足する。州政府が、州間高速道路のプロジェクトを実施する際、連邦政府より予算補助を受け、その場合 AASHTO 基準を用いることが義務であるが、これはその最新版を採用する必要を意味しない。

ところで高速道路に関する研究開発を実際に実施するのは、連邦政府及び各州政府から研究資金を受けている NCHRP(National Cooperative Highway Research Program)であり、道路・交通関係の多方面の研究を活発に実施している。AASHTO の基準は、AASHTO の中の HSCOBS (Highway subcommittee on bridges and structures)が主導権を持ち、必要な研究開発プロジェクトを NCHRP に提案し、その成果の設計基準への導入(すなわち、ドラフトの作成)も、この委員会が行う。AASHTO-LRFD の開発は、一連の NCHRP の研究プロジェクトの研究成果の積み上げにより、作成されてきたものである。

AASHTO 基準の特徴は、Eurocodes 等とは対照的である。形式を重んじる Eurocodes に対して、AASHTO 基準の開発は、構造物種別毎に、公募により開発が進められる。従って、Eurocodes のように整然とした体系を整えることよりも、実質的に設計法が改善され、全体としての効率が増すことを優先するプラグマティックな考え方が支配的である。

AASHTO 基準は、本来そのメンバー(各州の DOT) がその成果を享受すればその目的を達するものであるが、米国高速道路関連市場規模の

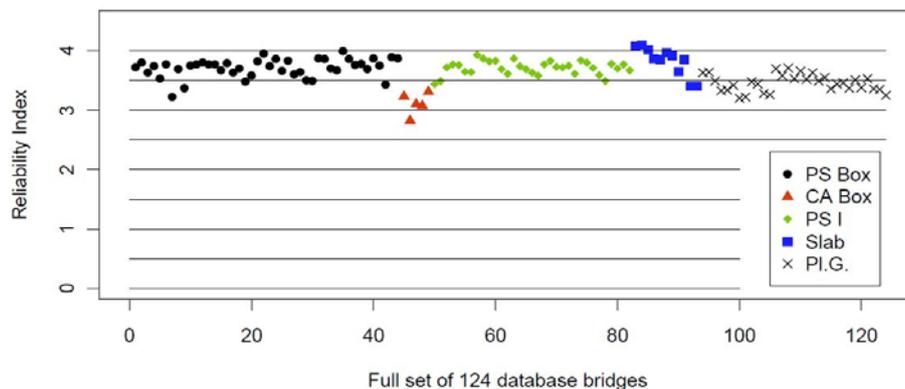


図-2 信頼性指標と橋種別⁵⁾

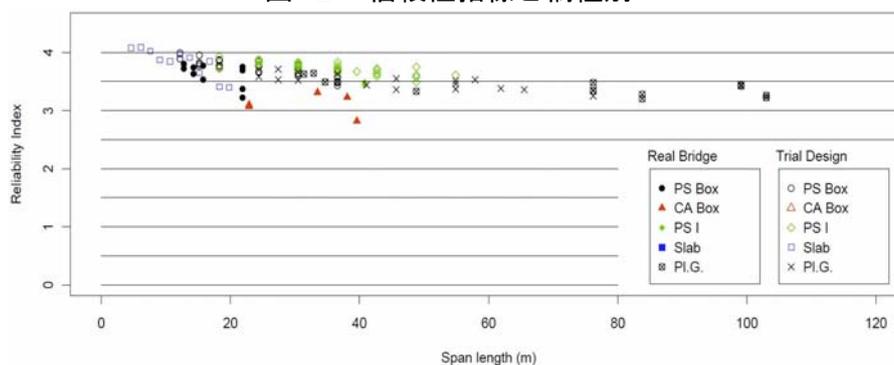


図-3 信頼性指標とスパン長⁵⁾

大きさと、米国が世界に占める政治・経済的地位のため、デファクトスタンダードとして、世界で広く用いられる結果となっている。

2.3 AASHTO-LRFD導入の経緯と初版の発刊

1986年のNCHRP20-7/31「包括的橋梁仕様書と解説の開発」は、LRFD導入のパイロット・プロジェクトであった¹⁾。200ページに及ぶその報告書では、次の課題が包括的に検討され、新しい基準への改定の提案が行われた。

- 他の橋梁設計基準の調査。
- AASHTOの他の関連文書の調査と評価。
- 確率理論に基づく限界状態設計法の基準導入へのフィージビリティ評価。
- 新しいAASHTO基準の概要(outline)の作成。

この報告書で確率的な限界状態設計法に基づく設計基準としてレビューされているのは、1983年発行のOntario Highway Bridge Design Codeと²⁾、建築物の荷重係数のキャリブレーションによる決定を提案したEllingwoodらの研究等である³⁾。

今日の時点でこの報告書を読み直すと、1987年という早い時期に、このような包括的な調査と展望に基づいて、既存の設計基準を置き換え

る新しい基準を、確率に基づく限界状態設計法によって作成すべきであることを、その開発の計画や、概要を含めて述べている洞察の鋭さに感銘を受ける。さらにこの報告書では、既存のAASHTO設計基準の多くの問題点(gaps, inconsistencies and obsolete provisions)を具体的に指摘し、解決を求めている。

既にこの時点で、長期的にはこの新しい基準により従来の基準は置き換えられ、廃棄されるべきことも提言している。また設計書式の名称を、すでにAASHTOの一部の文書で導入されていた荷重係数設計法(LFD)を踏襲して、実務者の親しみやすさも考慮し、荷重抵抗係数法(LRFD)とすべきであると、提案していることも興味深い。

LRFDの利点は、次の点にあることが確認された。

- より均等な安全性確保が、異なる種別の橋梁間、異なる材料間(新材料を含む)で図られる。
- 異なる競合する材料を、同じ考え方で扱える。
- 将来の必要に柔軟に対応可能である。
- 安全性のレベルの昇降を、均一にかつ予測できるやり方で制御できる。

AASHTO 道路橋設計基準にとって、1987年5月の HSCOBS が一つのターニングポイントであった。NCHRP20-7/31 の報告を受け、NCHRP12-33「包括橋梁設計基準と解説の開発」研究プロジェクトがスタートすることになった⁴⁾。Kulicki 氏の会社 (Modjeski and Masters, Inc.) は、1988年7月にこのプロジェクトを受注し、作業を開始した。この成果が、1994年の AASHTO-LRFD 設計基準初版の発刊である。

開発の目的は、次のような要件を満たす、LRFD 設計基準の作成にあった。

- 技術的に最先端であること。
- 出来る限り包括的であること。
- 読みやすく、使いやすい設計基準であること。
- 設計基準らしい書式と文体を取ること。(教科書を書かないこと。)
- 異なる専門分野(鋼, コンクリート, 基礎等)を統合したアプローチを取ること。
- 信頼性設計理論を利用すること。

一方、次のような制約・前提も設けられていた。

- 構造物の劣化を助長するような設計の排除。
- 将来のトラック荷重の増加は考慮しない。
- 橋梁を全体的に一律に重く、または軽くするような設計基準の改定は行わない。

以上の方針のもとに、改定作業が開始された。改定作業の中心を成したのは、既存の設計法に基づく橋の信頼性解析による荷重抵抗係数のキャリブレーションであった。これに加えて、設計活荷重の設定と、その桁への配分方法が平行して見直された。これらについて次節で述べる。

2.4 設計基準策定時のキャリブレーションとその再検討

荷重抵抗係数のキャリブレーションは、既存構造物の信頼性指標を求め、その結果に基づいて目標信頼性指標(β)を選択するという方法が取られた。(これは、「Hindcasting Approach」と呼ばれる。)キャリブレーションの対象となったのは、175橋(鋼, 合成, RC, PC)のスパン9から60mの橋梁の死荷重+活荷重が作用する場合であった。材料に関しては多くの統計データが存在した。荷重に関しては正規分布を、抵抗に関しては対数正規分布を用い、FORM (First Order Reliability Method)と Rackwitz-Fiessler 近似を用いて β を計算した。最初の計算では、 β が2から4.5に分布しているのを見出した(図-1)。特にスパンの短い橋で β が小さく、自分の直感と一致していたと感じたと、Kulicki 博士は述べた。

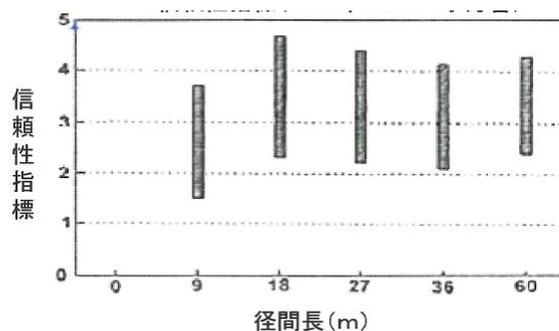


図-1 NCHRP12-33 の 175 橋の信頼性指標計算結果

NCHRP12-33 の LRFD 設計基準の開発では、信頼性設計理論の導入と同時に、活荷重の新しいモデルと、桁間への新しい活荷重配分係数を開発した。この時点で、米国では東海岸から西海岸まで、州ごとにいろいろな活荷重モデルが用いられていた(HS20は AASHTO ASD/LFD 基準における設計活荷重であったが、各州の荷重規定の特令により、唯一の活荷重モデルではなかった)。HL-93 と呼ばれる、新しい活荷重モデルを開発した。これに加えて、従来の桁間隔の関数として決めていた桁への荷重分配係数を変更した。この荷重分配係数では、複数車線載荷の影響を加味し、構造形式や外内桁の別等が考慮された。これらの導入により、活荷重応答値の算出方法が合理化された。なお、北米においても、桁間への荷重の分配は、格子解析により決められることも多いということである。

表-1 NCHRP20-7/186 で対象となった 124 橋梁

橋梁種別	記号	数	備考
実橋梁			
PC 箱桁	PC Box	10	スパン 14~22m
PC 箱桁	CA Box	5	カルフォルニア設計仕様 現場打ち、スパン 23~42m
PC I 桁	PC I	2	スパン 40m
鋼桁橋	Pl. G.	12	スパン 30~101m
試設計による橋梁			
PC 箱桁	PC Box	34	スパン 12~36m
PC I 桁	PC I	31	スパン 18~48m
RC スラブ	Slub	11	スパン 4.5~20m
鋼桁橋	Pl. G.	19	スパン 24~75m

NCHRP12-33 で実施されたコードキャリブレーションは、厳しい時間的な制約のもとで行わ

れたため、データの詳細や計算の過程に不明確な点が多く、多くの問題を残した。このため、このキャリブレーションの再検討が行われ(NCHRP20-7/186)、その報告書が2007年に完成した⁵⁾。

選定された橋梁は124橋梁で、その内29橋は実際に建設された橋梁であり、その他はキャリブレーションのために試設計された橋梁である。試設計された橋梁では、部材寸法を丸めず、照査式を厳密に満足するように断面寸法を決めた。NCHRP12-33にも用いられた橋梁は11橋に留まり、その他のほとんどは、LRFD移行後の基準で設計された橋梁である(表-1)。

このキャリブレーション(NCHRP20-7/186)では、先の作業の反省を踏まえて、キャリブレーションの対象となる橋の選択基準と選定された橋梁の詳細、考慮する荷重や抵抗に関する不確実性、計算方法等の明確化に細心の注意が払われ、それらが詳細に記述されている。荷重や抵抗の計算に関して、多くの有用な情報を示している。(例えば、抵抗値の不確実性を、材料の性質及び施工精度に関する要因と、設計計算モデル化誤差に関する要因に分け、各構造種別に議論している。)

この他この研究では、モンテカルロシミュレーション(MCS)の利用が奨励された。先の作業が、FORMを用い、非正規分布する確率変数にはRackowitz-Fissler近似を用いたのに対し、MCSははるかに簡単に信頼性指標が計算でき、この方法に移行すべきことが強く奨励されている。

報告書には、解析結果の詳細が表で示されているので、この結果に基づいて再整理したのが、図-2と3である。

図-2は、橋梁種別の信頼性指標 β の値を示した。全体に3.5から4.0の間に分布している。CA Boxに分類されるPC箱桁の β が低い結果となっているが、これらの橋梁はカリフォルニア設計仕様と言われる現場施工の特別な方法で建設されたPC箱桁であり、現場施工のため施工寸法の不確実性を、プレキャストのものより大きくとっているため、このような結果になったと説明されている。プレキャストと同程度の施工精度であれば、 β は0.3程度上昇する。

図-3は、スパン長に対して β をプロットした図である。図-2では鋼桁橋の β が、他の橋梁種別に比べてやや小さいようにも見えたが、これはスパン長の影響であることが分かる。図-3には、実橋と試設計された橋の β の差異を区別してプロットしている。両者の有意な差は、認め

られず、断面寸法の丸めが β に与える影響は少ないと思われる。

以上のような結果を踏まえてKulicki博士が強調した、LRFD設計基準の導入によりAASHTO橋梁設計基準にもたらされた改善点は、次のような点である。

- 橋梁建設全体に投じられる資源量は、LRFDの導入前後でそれほど変化していない。しかしそれらの資源は、異なる橋梁間で、より適切に配分されるようになった。
- 橋梁全体に統一的な安全性に関する尺度を得たので、これをもとに、橋梁全体の安全性の昇降を制御できるようになった。これは、橋梁の維持管理にも有効な情報である。

なおこの様な均一な β は、荷重・抵抗係数の区分・設定のほか、先述の活荷重モデルの導入及び荷重分配係数の改良により達成されたものであるとKulicki博士は述べた。

2.5 MCSによる荷重抵抗係数の決定

Kulicki博士らがNCHRP20-7/186で強調したように、今日AASHTOのコードキャリブレーションでは、FORMではなく、MCSを用いて行うことが主流となっている。この方法の基礎構造に対する適用の手引を示した報告書を、Allen氏らが執筆している⁶⁾。この報告書は、次のような点で興味深い情報を提供している。

目標信頼性指標の値：報告書では、過去に推定された β の値が要約されている。上部構造では β は3.5以上であると考えられている。これに対して、基礎構造ではこれを下回る推定結果が多く、2.3から3.0の間に分布している。群杭等では、冗長性を考慮して目標信頼性指標をある程度下げてもよいという議論もある¹⁾。

抵抗値の不確実性の整理方法：AASHTOのキャリブレーションでは、杭の載荷試験のような、設計計算値と直接比較可能な計測値を重視する。このモデル化誤差は、(計測値) / (計算値) という形で統一的に正規化され、整理される。この比率を設計計算値に乗じると真値に変換されるため、使い勝手が良いためである。その平均がバイアス(λ)であり、そのばらつきが抵抗値の誤差とされる。抵抗の不確実性は、この考え方で統一的に処理される。つまり、報告書⁶⁾では、モデル化誤差、空間的、統計的不確

¹⁾ 筆者らの経験でも、基礎構造の β は上部構造のそれに比較して一般に低い。 β の比較では、照査で対象となっている限界状態の内容を十分吟味する必要がある。また、AASHTOで、群杭の目標 β を冗長性のゆえに下げるという理屈は、現状追認の方便のように思われる。

実性に付いても形式的に論じているが、例題や他の報告書で実際に扱っている不確実性は、実測値と計算値の比較による不確実性評価のみであり、これにすべての不確実性要因を帰着させていると言える。

正規確率プロットによる結果の表示：この報告書では、荷重値や抵抗値の計測データや、MCSで生成されたデータを正規確率紙にプロットする表示方法がとられており、これは他の信頼性関連の文献ではあまり見られない。この表示方法は元々、Nowak and Collins (2000)⁷⁾が、FORMにおけるRackwitz-Fissler近似の説明のために用いたものであると解説されている(図-4)。

この近似は、FORMにおいて正規分布以外の確率分布を等価な正規分布に置き換えた上で計算することを提案したものであり、任意の確率分布の分布関数と密度関数をそれぞれ $G(x)$ 及び $g(x)$ 、等価な正規分布のそれらを $F(x)$ 及び $f(x)$ としたとき、設計点 x^* で、次の条件が満たされるような正規分布を選択し、近似することを提案している。

$$G(x^*) = F(x^*) \quad (1)$$

$$g(x^*) = f(x^*) = \frac{dG(x^*)}{dx} = \frac{dF(x^*)}{dx} \quad (2)$$

図-4では、①荷重(Q)や抵抗(R)が任意の形状の分布をしていること(正規確率紙上で直線にならない)、②設計点と仮定された点で Q と R が等しいこと、③近似に用いられる分布が正規分布であること(プロットが直線となる)、④設計点で式(1)の条件が満たされていることが、図式的に表現されている。さらに、⑤式(2)は、近似する正規分布を示す直線の傾きを表すことになるので、これは $G(x)$ と $F(x)$ の傾きが、設計点で一致することにより示されている。

Allen氏はこの形式の図を用いて、MCSを行う場合、荷重値や抵抗値それぞれの確率分布が、設計点付近でデータとよく一致していることが重要であることを述べている(図-5)。またこの形式の図は、MCSの結果を視覚的に検討するときも便利であると言える。

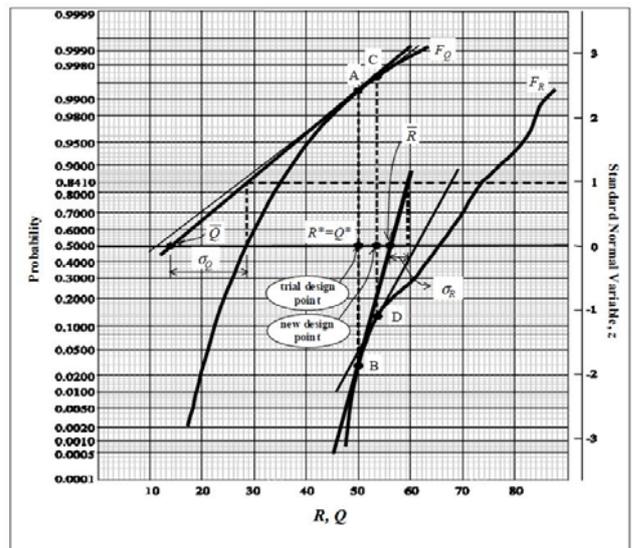


図-4 Rackwitz-Fissler 近似の図式的説明⁶⁾

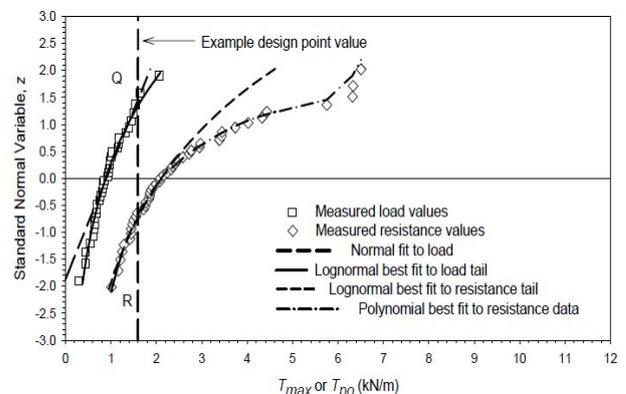


図-5 荷重値と抵抗値の分布への当てはめ例⁶⁾

荷重係数の設定の考え方：AASHTOのLRFDでは、荷重係数を先に決定し、その後この荷重係数を用いて抵抗係数を決定することが多い。例えば上部構造の終局限界状態に関する照査では、一般に死荷重は1.25、活荷重は1.75とされている(死荷重比が小さい場合、 $\phi_D=1.5$ が用いられることがある。)

Allen氏によれば、基礎構造の設計で、荷重係数を任意に決定できる場合は、荷重の(平均値) + 2(標準偏差)の値(98%フラクティル値)を基準として荷重係数を決定する。抵抗係数はこれに対して所要の目標 β を満たすように決める。従ってAASHTOの荷重抵抗係数では、設計値法は用いられていないことになる。抵抗係数は、所与の荷重係数に対して、適当な安全性余裕を確保するように決定される。

以上のようにAllen氏の報告書には多くの興味深い情報が盛られている。しかし、MCS実行の手順の記述が明確かつ詳細である(Excelの必要関数までリストアップされている)のに比

して、抵抗係数の決定方法の記述は極めて乏しい。これについては、具体例を通じて、次節で見ることとする。

2.6 基礎構造の抵抗係数の決定

Allen氏は、基礎構造の安全性照査の基本的な考え方について、次のようなポイントを挙げた。

- 従来欧州では、個々の基本設計変数に部分係数を乗じる部分係数法が、北米では計算された荷重値と抵抗値に最終段階で係数を乗じる荷重抵抗係数法が発達してきた。基礎構造の設計では、設計式が高い非線形性を有すること、地盤と構造物の相互作用などのため、荷重抵抗係数法の方が、部分係数法より、適した設計照査式である。AASHTO-LRFDの照査式は、死荷重と活荷重を対象とした場合、次のように書ける。

$$\phi R_k \geq \gamma_{QD} Q_{Dk} + \gamma_{QL} Q_{Lk} \quad (3)$$

ここで、 R_k は抵抗値の特性値、 Q_{Dk} を死荷重の特性値、 Q_{Lk} を活荷重の特性値とする。 γ は抵抗係数、 γ_{QD} と γ_{QL} は、それぞれ死荷重及び活荷重の荷重係数である。

- 設計計算に用いる地盤パラメータの値は、平均値を用いるべきである。安全性余裕は、抵抗係数により最後の段階で導入されるべきである。サンプル数が極端に少ない場合などは、平均値よりかなり低いと考えられる値（たとえば最小値）を、特性値として設定する場合もあり得るが、それは安全側の判断である。

以上の2点は、1990年代後半から、地盤工学会の中で「地盤コード21」を開発したグループが到達した結論と完全に一致していたので、正鵠を得た感を深くした。

先にも述べたように、AASHTOのコードキャリブレーションでは、荷重係数を先に決定し、それぞれの構造物への適切な安全性余裕の確保は、抵抗係数を調整することを基本としている。Allen氏によれば、抵抗係数の決定法の基本的な方法には、次の様な方法がある。

伝統的な安全率からの逆算：許容応力度設計法で伝統的に用いられてきた安全率から、荷重係数が所与の元で、抵抗係数を逆算する。次式により計算できる。

$$\phi = \frac{\gamma_{QD}(Q_{Dk}/Q_{Lk}) + \gamma_{QL}}{(Q_{Dk}/Q_{Lk} + 1)F_s} \quad (4)$$

ここに、 F_s は安全率である。ここで、死荷重と活荷重の特性値の比をパラメータに取るのは、この比率がスパン長により異なり、キャリブレーション作業で便利であるという理由に

よる。 Q_{Dk}/Q_{Lk} の典型的な値は、2~3であると考えられているようである。

信頼性理論によるキャリブレーション：荷重と抵抗が対数正規分布すると仮定できる場合、性能関数は、次式で与えられる：

$$M = \ln R - \ln Q \quad (5)$$

この場合の信頼性指標 β は、次式のより与えられる。

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\ln \left\{ \frac{\mu_R}{\mu_Q} \sqrt{\frac{(1+V_Q^2)}{(1+V_R^2)}} \right\}}{\sqrt{\ln(1+V_R^2)(1+V_Q^2)}} \quad (6)$$

ここに、 γ_R, γ_Q はそれぞれ、抵抗と外力の平均値、 V_R, V_Q はそれぞれの変動係数である。

ここで、荷重が死荷重と活荷重の和から成ることを考慮すると、荷重の平均と変動係数は次のように近似される。

$$\mu_Q = \mu_{QD} + \mu_{QL}, \quad V_Q^2 \approx V_{QD}^2 + V_{QL}^2 \quad (7)$$

さらに、 $\gamma_R, \gamma_{QD}, \gamma_{QL}$ をそれぞれ、抵抗値、死荷重、活荷重の平均値の特性値からの偏差とする。すなわち、

$$\mu_R = \lambda_R R_k, \quad \mu_{QD} = \lambda_{QD} Q_{Dk}, \quad \mu_{QL} = \lambda_{QL} Q_{Lk} \quad (8)$$

さらに、LRFDにおける照査式(3)より

$$R_k = \frac{\gamma_{QD} Q_{Dk} + \gamma_{QL} Q_{Lk}}{\phi} \quad (9)$$

(7),(8),(9)式を、式(6)に代入し、信頼性指標が目標信頼性指標 β_T で無ければならないことに注意すると、抵抗係数は、次式により求められる(式の誘導の詳細は文献⁹⁾を参照のこと)。

$$\phi \approx \frac{\lambda_R \left(\gamma_{QD} \frac{Q_{Dk}}{Q_{Lk}} + \gamma_{QL} \right) \sqrt{\frac{(1+V_{QD}^2+V_{QL}^2)}{(1+V_R^2)}}}{\left(\lambda_{QD} \frac{Q_{Dk}}{Q_{Lk}} + \lambda_{QL} \right) \exp \left[\beta_T \sqrt{\ln(1+V_R^2)(1+V_{QD}^2+V_{QL}^2)} \right]} \quad (10)$$

(10)式では、(4)式と同様に、死荷重と活荷重の特性値の比をパラメータとして、橋梁の特性(主にスパン長)はすべてこのパラメータに帰着させてキャリブレーションを行う事の出来るよう工夫されている。2004年頃以降に行われる(10)式を用いてキャリブレーションを行う場合、デフォルト値として、 $\gamma_{SD}=1.05, \gamma_{SL}=1.15, V_{SD}=0.1, V_{SL}=0.3, \gamma_{SD}=1.25, \gamma_{SL}=1.75, Q_{Dk}/Q_{Lk}=2\sim3$ が用いられている^{8),11)}。なお、この Q_{Dk}/Q_{Lk} 比の設定については、主に上部構造の抵抗係数のキャリブレーションのため設定された値なので、基礎構造の場合の値の妥当性に付いては、議論の余地があるとAllen氏は質疑の中で述べたことを付記する。

適用例：次に場所打ち杭(drilled shaft)を例として、Allen氏が実際どのように抵抗係数を決定したかを見てみることにする。このときAllen氏が参照しているのは、NCHRPの委託研究として過去に実施された2つの研究結果である。一つはBarker他(1991)の報告書(NCHRP24-4)¹⁰⁾であり、もう一つはPikowsky他(2004)の報告書(NCHRP506)¹¹⁾である。前者は、AASHTOがLRFDに移行する際、基礎構造の荷重抵抗係数を決定するために発注した最初の研究プロジ

エクトであり、後者は杭の載荷試験に関する大規模なデータベースを基にキャリブレーションを行った、このような研究のモデルケースともなった研究である。

キャリブレーションの対象となった設計法は、AASHTOで設計値法として知られる、ReeseとO'Neill(1988)により提案された方法である。Allen氏によると、NCHRP24-4では67の載荷試験結果(粘性土13, 砂質土19, 岩35), 同506では202の試験結果(同54,82,66)に基づいて、不確実性評価が行われている。前者の67の載荷試験結果は、文献調査により得られたものであるのに対し、後者では、個々の試験結果のデータベースに基づいている。

表-2は、Allen氏が示した、抵抗係数 ϕ の奨励値の導出過程を示したものである。奨励値の導出に当たり、従来の安全率からの逆算、2つの報告書の奨励値との比較を行い検討している。それぞれの報告書で導出されている抵抗係数は、基本的に(10)式に基づいている。NCHRP24-4では目標 β 値は2.5~3.0としており、一方同506では3.0(群杭の場合は冗長性を考慮して2.33)が設定されている。Allen氏は、24-4の結果は近似的なFOSM法に基づいているとして、MCSによる解析により再計算しているが、その場合の抵抗係数は0.60であったとしている⁸⁾。

以上のような情報を基に、Allen氏が最終的に決定した抵抗係数(奨励値)も、表-2には示されている。粘性土地盤における ϕ の奨励値は、Paikowsky他の奨励値が著しく小さいことに影響されて、小さめの値が取られている。一方砂質土と混合土の場合は、ほぼ安全率の逆算値が採用されている。

表-2 場所打ち杭の抵抗係数の決定^{*})

設計条件	ASD のFs	Fsの 逆算 ^{#)}	文献 ¹⁰⁾ の ϕ	文献 ¹¹⁾ の ϕ	ϕ 奨励値
側面 粘性土	2.5	0.55	0.65	0.24- 0.28 ⁺⁾	0.45
先端 粘性土	2.75	0.50	0.55	奨励値 0.30	0.40
側面 砂質土	2.5	0.55	—	0.25- 0.73 ⁺⁾	0.55
先端 砂質土	2.75	0.50	—	奨励値 0.40	0.53
側面・先端 混合土	2.5	0.55	—	0.52- 0.69	0.55 側 0.50 先 ^{&)}

^{*}) 抵抗値の算定法は全て Reese & O'Neill(1988)による。

^{#)} $Q_{DL}/Q_{UL}=3$ として逆算した。

⁺⁾ 施工法により抵抗係数が異なる。

^{&)} 先端抵抗力の起動は、側面のそれよりも大きな変位が必要であることを考慮した。

むすび

以上、AASHTO-LRFD 橋梁設計基準の策定の経緯と、荷重・抵抗係数がどのような考え方

でキャリブレーションされているかを示した。実際のコードライター達から直接話を聞き、人間的に触れ合うことで、文献だけではなかなか理解できない生きた情報が得られたという印象が強い。繰り返しになるが、Kulicki博士の総括は、次の2点であった。

- (3) 橋梁建設全体に投じられる資源量は、LRFDの導入前後でそれほど変化していない。しかしそれらの資源は、異なる橋梁間で、より適切に配分されるようになった。
- (4) 橋梁全体に統一的な安全性に関する尺度を得たので、これを元に、橋梁全体の安全性の昇降を制御できるようになった。

当初本論では、彼らが語った「今後の動向」についても述べる予定であったが、紙面が尽きてしまった。特に上記(2)の点は、橋梁の維持・管理・補修において重要な基礎を与えている。その一つの方向性は、LRFR(Load and Resistance Factor Rating)である。

第2章の参考文献

- 1) Kulicki, J.M. and D.R. Mertz (1988) NCHRP 20-7/31 Development of comprehensive bridge specifications and commentary.
- 2) Ontario Ministry of Transportation and Communications (1983), Ontario highway bridge design code, Toronto, Ontario, Canada.
- 3) Ellingwood, B., T.V. Galambos, J.G. MacGregor and C.A. Cornell(1980), Development of a probability based load criterion for American National Standard A58 building code requirements for minimum design loads in building and other structures, NBS report 577..
- 4) Kulicki, J.M. and D.R. Mertz (1993), Development of a comprehensive bridge specification and commentary, NCHRP 12-33.
- 5) Kulicki, J.M., Zolan, P., Glancy, C.M., D.R. Mertz and Nowak, A.S. (2007), Updating the calibration report for AASHTO LTFD code, NCHRP 20-7/186.
- 6) Allen, T.M., Nowak, A.S., and Bathurst, R.J. (2005), Calibration to determine load and resistance factors for geotechnical and structural design, Transport. Research Circular No. E-C079, TRB.
- 7) Nowak, A.S. and Collins, K.R. (2000), Reliability of Structures, New York, McGraw Hill.
- 8) Allen, T.M. (2005) Development of geotechnical resistance factors and downdrag load factors for LRFD foundation strength limit state design, FHWA-NHI-05-052, FHA.
- 9) 原隆史・本城勇介(2010), Eurocode7とAASHTO基準における信頼性解析法の適用, 講座「地盤構造物設計コードと信頼性設計法」, 地盤工学会誌, 56-12, 62-69.
- 10) Barker, R.M., Duncan, J.M., Rojiani, K.B., Ooi, P.S.K., Tan, C.K. and Kim, S.G. (1991), Manuals for the design of bridge foundations, Appendix A: Procedures for evaluating performance factors, NCHRP Report 343.
- 11) Paikowsky, S.G. (2004), Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Deep Foundations, NCHRP Report 507.

第3章 地盤変形係数の推定方法の開発

3.1 研究に用いるデータ

(1) データの概要とスクリーニング

本研究で解析に用いるデータは、種々の地盤調査結果に基づいており、日本全国5995箇所の橋梁設計現場で計測されたものである。地盤調査には原位置調査試験・室内試験・基本的な物理試験・粒度試験が含まれている。それぞれの内訳として、標準貫入試験5193本、孔内水平載荷試験2022箇所、PS検層318箇所、平板載荷試験23箇所である。一方室内試験では、一軸圧縮試験2000箇所、三軸圧縮試験1596箇所、超音波試験302箇所が含まれている。

これらのデータを用いる前に、データの信頼性を確保するため、データのスクリーニングを行った。地盤調査は様々な土質区分で実施されているが、本研究では粘性土(C)・砂質土(S)・礫(G)を対象とする。ここで、粘性土とは、粘土・シルト・有機質土を含む細粒土を意味し、砂質土とは、砂やシルト混じり砂とした。

試験の種類では、平板載荷試験と超音波試験はデータ数が少ないため統計解析の対象から除外した。三軸圧縮試験における排水条件については、粘性土は非圧密非排水(UU)試験、砂質土は圧密排水(CD)試験を対象としている。また、標準貫入試験では、自動落下方式(半自動落下型・全自動落下型)や手動落下方式(コーンパーラー法・トンビ法)、不明に試験方法が区分されている。標準貫入試験で計測されるN値は、本研究において非常に重要なパラメータであるため、N値に測定誤差が生じやすい手動落下方式及び不明のデータは、本研究の解析

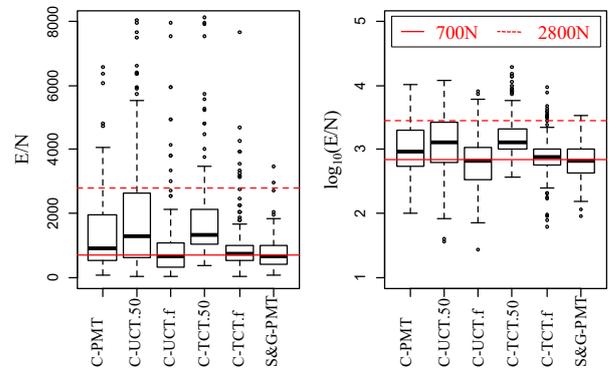


図1 地盤調査別の变形係数の散らばり

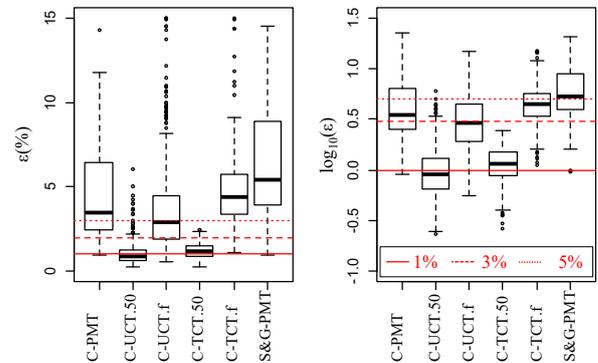


図2 地盤調査別のひずみ量の散らばり

精度を向上させる目的で除外した。

N値については、粘性土で $1 \leq N < 25$ 、砂質土及び礫で $1 \leq N < 50$ を対象とし、それ以外のものは除外することとした。

具体的には、下記に示すスクリーニングを行った。その結果データ数は表1となった。

- 1) 三軸圧縮試験の試験条件は以下に限定する。
 - 粘性土は非排水試験 (UU試験)
 - 砂質土及び礫はCD試験
- 2) ひずみのデータが得られている。
 - 具体的には $\varepsilon > 0.01\%$ という制限を与えた。
- 3) N 値の範囲を以下に限定する。
 - 粘性土: $1 \leq N < 25$
 - 砂質土及び礫: $1 \leq N < 50$
- 4) 標準貫入試験は自由落下方式のみに限定する。

(2) データの特徴

図1, 図2は, 土質分類 (粘性土 (C), 砂質土&礫 (S&G)) および地盤調査法分類 (孔内水平載荷試験 (PMT), 一軸圧縮試験 (UCT), 三軸圧縮試験 (TCT)) 毎の変形係数 E を N 値で除した値 E/N および計測された地盤変形係数と対応するひずみ ε (%) の散らばりを箱ひげ図で表現している。砂質土と礫については, UCT や TCT のデータが乏しいことから PMT に着目している。また, 砂質土と礫のデータは特徴が類似していることから両者を同じグループとして取り扱っている。

なお, UCT と TCT については, ピーク強度の $1/2$ の割線勾配 E_{50} およびピーク強度の割線勾配 E_f の情報が収録されている。また, ひずみの定義が調査方法別に異なる点も留意しなければならない。PMT は, 孔壁の変位量を孔壁の半径で除した孔壁ひずみ ε_c で表される。UCT および TCT は, 試験時の供試体の鉛直変位を供試体の初期の高さで除した軸ひずみ ε_a で表される。

図1 と図2 の左側の図は, 計測値そのままの散らばりを表し, 右側は, 対数変換 (常用対数) を施した値の散らばりを表している。右側を見るとデータの中央値がデータの散らばりの範囲の大凡中間の位置にある。ここでは, E/N , $\varepsilon(\%)$ に加えて, 後述する回帰分析に用いる深度 $Depth(m)$ のヒストグラムも併記している。いずれも対数正規分布に近い形状をしている。

E/N のグラフには, 参考として既往の経験式 $700N$ と $2800N$ の位置に横ラインを, ε のグラフには, ひずみ 1% , 3% , 5% の位置に横ラインを併記している。中央値に注目すると, $700N$ は PMT もしくは UCT, TCT のピーク強度に対する地盤変形係数 E_f に対応する値であることが分かる。ひずみの平均的な特徴に着目すると, $700N$ は, $3\sim 5\%$ のひずみに対応し, UCT

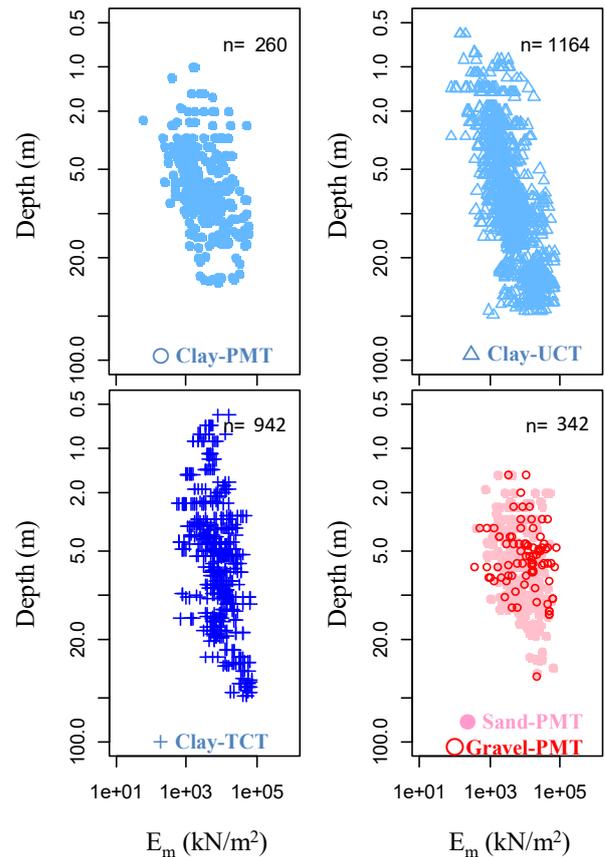


図3 変形係数の深度依存性 (E_m と深度の関係)

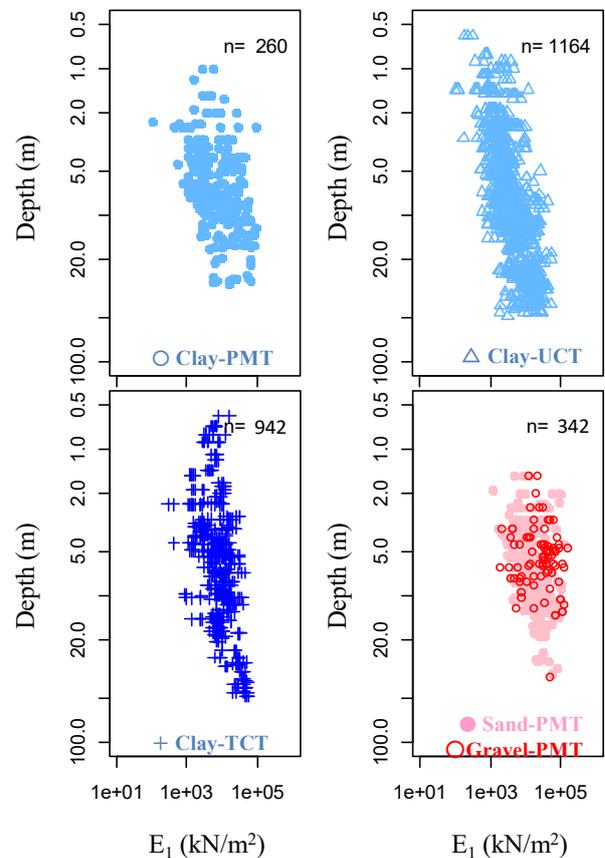


図4 変形係数の深度依存性 (E_1 と深度の関係)

表1 各地盤調査法の変形係数についてのデータ数

調査方法	記号	条件 1)~2)			条件 1)~3)			条件 1)~4)		
		C	S	G	C	S	G	C	S	G
孔内水平載荷試験	PLT	260	259	83	90	84	43	61	49	19
一軸圧縮試験	UCT	1164	-	-	353	-	-	298	-	-
三軸圧縮試験	TCT	942	19	0	558	3	0	198	3	0
PS 検層	PSL	111	51	0	34	6	0	34	6	0

※C：粘性土，S：砂質土，G：礫，を意味する。

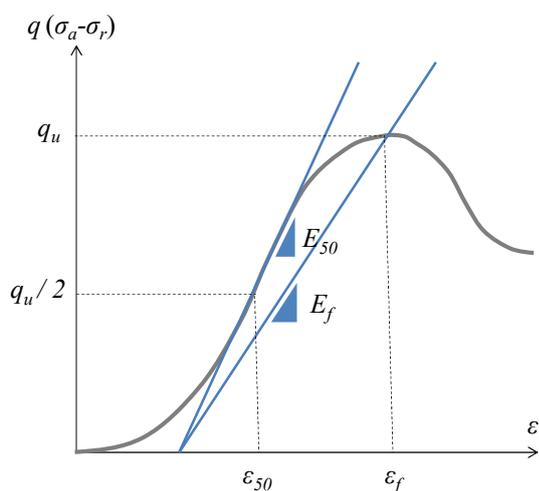


図5 室内圧縮試験（一軸圧縮試験，三軸圧縮試験）における変形係数の模式図

や TCT の E_{50} は 1% 程度， E_r や PMT の地盤変形係数は 4~5% に対応することが分かる。

図 3 は，土質区分および調査方法別に地盤変形係数と深度の関係を表した図である。(a) は，計測値 E_m (室内圧縮試験の場合には E_{50}) をそのままプロットしており，(b) は，後述する基準地盤変形係数 E_l に変換したものをプロットしている。ここでは，まず(a)のグラフに着目する。両対数グラフであるが，地盤変形係数は深度に依存して線形に増加する傾向が読み取れ，特に，粘性土の UCT で顕著であることが分かる。

何れの調査方法においてもひずみ量が，0.2% 程度のものから 10% 以上のものまで存在し，広範囲にわたっている。これまでの基礎の設計計算では，これらの変形係数を区別なく設計に用いてきており，計算精度に大きな影響を及ぼしてきたと考えられる。

これまで述べてきたように，地盤調査法によりひずみの定義は異なり，また，対象とするひずみが広範囲にばらついている状況にある。このような現状を踏まえて，まず，3 章では，地盤調査間のひずみの定義の整合性について考察を行う。そして，4 章では，ここで詳述した地盤調査データに基づく統計的な手法により，

地盤変形係数のひずみ依存性モデルについて提案を行う。

3.2 変形係数の解釈と比較

(1) 弾性論に基づく理論的考察

地盤材料を等方線形弾性体と仮定した場合のヤング率とポアソン比と変形係数の関係に着目して考察を行う。これ以降，ヤング率と変形係数は記号を区別し，ヤング率を E ，地盤変形係数 E_{eq} とおく。

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \{ \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \} \quad (6)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} \{ \sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \} \quad (7)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \{ \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \} \quad (8)$$

ここで， ε_i は主ひずみ， σ_i は主応力， E はヤング率， ν はポアソン比を表す。

地盤の弾性体としての仮定は，地盤調査から変形係数を計算する際に用いられる一般的な仮定であること，地盤変形係数は基礎の等価線形解析に用いられる地盤パラメータであること，を考慮したものである。

ただし，地盤は，微小なひずみレベルから非線形傾向を示すことから，線形弾性体を仮定した式から計算されるヤング率 E とポアソン比 ν は，それぞれの試験の載荷状態に対応したみかけのヤング率（割線勾配）とみかけのポアソン比であることに留意する必要がある。

a) 一軸圧縮試験 UCT の場合

(6)~(8) 式に鉛直方向の応力とひずみを σ_a, ε_a ，水平方向の応力とひずみを σ_r, ε_r として，一軸圧縮試験の載荷条件を代入すると，以下式が得られる。

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} \left(= \frac{q}{E} \right) \quad (9)$$

$$\varepsilon_r = -\frac{\nu\sigma_a}{E} \left(= -\nu \frac{q}{E} \right) \quad (10)$$

ここで、供試体の軸方向に载荷した荷重度を q とおくと(9)式より、ヤング率は以下式により得られる。

$$E = \frac{q}{\varepsilon_a} \quad (11)$$

図5の模式図にあるように、一軸圧縮試験から地盤変形係数 E_{eq}^{UCT} を算定する場合は以下の式に基づいて計算される。

$$E_{eq}^{UCT} = \frac{q}{\varepsilon_a} \quad (12)$$

(11)式と(12)式より、一軸圧縮試験で得られる地盤変形係数 E_{eq}^{UCT} はヤング率 E と一致する。

$$E_{eq}^{UCT} = E \quad (13)$$

b) 三軸圧縮試験TCTの場合

三軸圧縮試験の条件を代入すると、以下式が得られる。

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E} (\sigma_a - 2\nu\sigma_r) \quad (14)$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \{\sigma_r - \nu(\sigma_a + \sigma_r)\} \quad (15)$$

(14)式より、以下の式が得られる。

$$E = \frac{\sigma_a - 2\nu\sigma_r}{\varepsilon_a} \quad (16)$$

三軸圧縮試験で得られる地盤変形係数 E_{eq}^{TCT} は、軸差応力 $\sigma_a - \sigma_r$ と軸ひずみ ε_a の割線勾配として、以下の式で定義される。

$$E_{eq}^{TCT} = \frac{\sigma_a - \sigma_r}{\varepsilon_a} \quad (17)$$

(16)式、(17)式より、ヤング率 E と三軸圧縮試験から得られる変形係数 E_{eq}^{TCT} は、 $\nu=0.50$ の場合に一致することが分かる。したがって、 E_{eq}^{TCT} は、 $\nu=0.50$ を仮定したヤング率であると解釈することができる。

c) 孔内水平载荷試験PMTの場合

図6は、地盤を上方から見た模式図である。孔内水平载荷試験 PMT では、地盤を円筒状に掘削し、等方圧力 p を孔壁内部から周辺地盤へ载荷することにより、地盤変形係数を計測する方法である。

円筒における弾性材料の応力分布は、ティモシェンコの極座標による厚肉円筒の理論より計算される¹²⁾。PMTでは、一般的にこの弾性論に基づいて地盤変形係数を算定する¹³⁻¹⁵⁾。

孔内水平载荷試験における周辺地盤を無限に広がる材料と仮定すると、厚肉円筒理論より、地盤中の応力は以下の式で表すことが出来る。

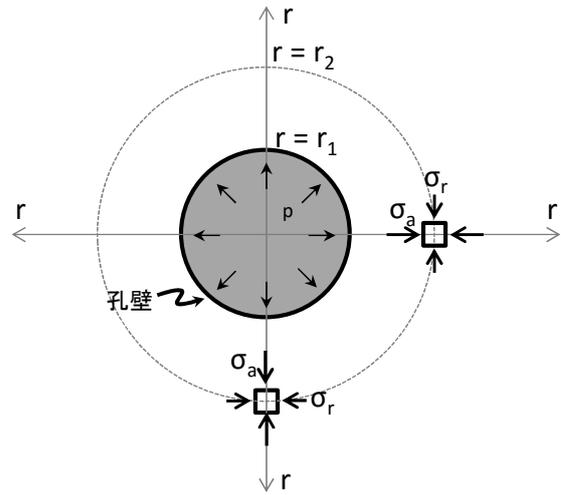


図6 孔壁周辺の地盤の応力状態

$$\sigma_a = \frac{pr_1^2}{r^2} \quad (18)$$

$$\sigma_r = -\frac{pr_1^2}{r^2} \quad (19)$$

ここに、 σ_a は半径方向の応力、 σ_r は円周方向の接線応力、 p は孔壁の加圧力、 r_1 はボーリング孔の半径、 r は孔の中心からの距離である。従って、極座標におけるフックの法則より半径方向の軸ひずみ ε_a は以下の式で表せる。

$$\varepsilon_a = \frac{1}{E} (\sigma_a - \nu\sigma_r) \quad (20)$$

$$= \frac{(1+\nu)r_1^2 p}{E} \cdot \frac{1}{r^2}$$

ここに、 ν は地盤のポアソン比である。孔壁の変位 $\Delta\delta$ は応力と変位の関係より以下の式で記述できる。

$$\Delta\delta = \int_{r_1}^{\infty} \varepsilon_a dr = \frac{(1+\nu)r_1 p}{E} \quad (21)$$

したがって、孔壁ひずみ ε_c は以下の式で記述できる。

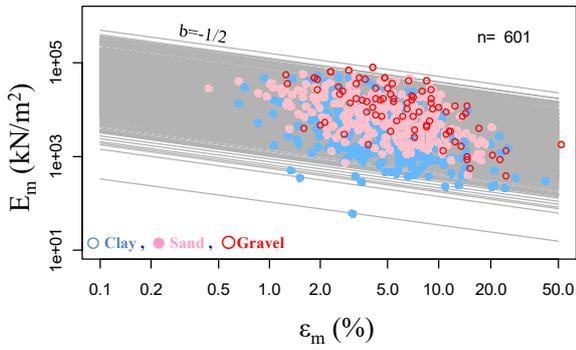
$$\varepsilon_c = \frac{\Delta\delta}{r_1} = \frac{(1+\nu)}{E} p \quad (22)$$

そして、PMTでは(22)式の E を変形係数としているので、以下の式より地盤変形係数が算出される。

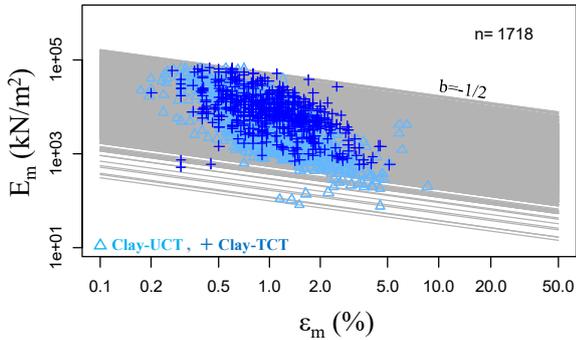
$$E_{eq}^{PMT} = \frac{(1+\nu)}{\varepsilon_c} p \quad (23)$$

E_{eq}^{PMT} は、習慣的に地盤の材料によらず $\nu=0.50$ を仮定して計算される。従って、(23)式は以下式より地盤変形係数が計算されている。

$$E_{eq}^{PMT} = 1.5 \frac{p}{\varepsilon_c} \quad (24)$$



(a) 孔内水平载荷PMT結果



(b) 粘性土一軸圧縮試験UCT, 三軸圧縮試験TCT結果

図7 計測された変形係数 E_m とひずみ ε_m の関係

(20)式, (22)式より, 軸ひずみと孔壁ひずみの関係は以下の式で表せる.

$$\varepsilon_a = \frac{r_1^2}{r^2} \varepsilon_c \quad (25)$$

ここで, 孔内水平载荷試験では, 発生する最大荷重 (反力度) に応じた変形係数を算定していると解釈することができるため, $r=r_1$ とすると以下の関係に至る.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_c \quad (26)$$

すなわち, 孔内水平载荷試験で計測される変形係数は, 孔壁位置 $r=r_1$ における軸方向ひずみ ε_a に対応した地盤変形係数を計算していることを意味する. PMTにより計測される地盤変形係数もTCTと同様に $\nu=0.50$ という仮定に基づくヤング率であるという, 同様の解釈をすることができる.

d) PS検層PSLの場合

PS検層PSLでは, 地表もしくは地中部で波動を発生させて, 波動が伝搬する時間から実態波の速度 V_s , V_p を求める方法である. せん断剛性 G_o は以下式で計算することができる.

$$G_o = \rho V_s^2 \quad (27)$$

なお, G_o と E_o とは動的ポアソン比 ν_d を介して以下の関係で変換することができ, これがPS検層の地盤変形係数とされる.

$$E_o = 2(1+\nu)G_o \approx E_{eq}^{PSL} \quad (28)$$

ここで, ν_d は以下式により地盤の速度から計算される.

$$\nu_d = \frac{\{1 - 2(V_s/V_p)^2\}}{\{2 - 2(V_s/V_p)^2\}} \quad (29)$$

なお, 越智ら(1993)¹⁶⁾, Tatsuoka et al.¹⁷⁾ は, 局所変形測定装置 (LDT) により三軸圧縮試験時に微小歪みを測定することにより E_o を室内試験により計測し, E_{eq}^{PSL} と比較している. これによると, E_{eq}^{PSL} は, 初期剛性 (E_o) を観測していることが示されている.

(2) 考察

以上より, UCT, TCT, PMTにより計測される地盤変形係数とひずみの概念の関係を確認することができた. これらより, 地盤変形係数とはポアソン比 ν を 0.5 と仮定したときのヤング率 E であると解釈することができる.

図7は, 実際に計測された地盤変形係数 E_m とそれに対応する軸ひずみ ε_m の関係を両対数で示した図である. なお, 図中の灰色直線は後述するひずみ依存性を表す勾配を全てのデータに対して描いている.

(a)は, PMTのデータで, 粘性土, 砂質土, 礫を色違いで表示している. 計測される軸ひずみの範囲は0.5~20%で, 土質区分にかかわらず, 概ね同じであることが分かる. ただし, E_m は, バラツキがあるものの粘性土, 砂質土, 礫の順で平均的に大きくなる傾向がある. これは, 土質区分毎の強度の違いが表れていると考えられる.

図7(b)は, 粘性土におけるUCTとTCTのデータを重ねて示している. 軸ひずみの範囲は, 試験方法によらず0.2~5.0%の範囲に分布している. ただし, UCTの方が E_m のバラツキが大きく, 同じ軸ひずみレベルで比較するとTCTに比べてやや小さい値を示している.

UCTは, 水平方向に拘束圧を与えない試験であるため, サンプリングの乱れなどの影響を受けやすく計測された地盤変形係数のバラツキが大きいものと考えられる. また, 同一材料, 同一軸ひずみで比較した場合においても体積ひずみがTCTより大きい場合においても体積ひずみがTCTより大きい場合においても地盤変形係数が得られていると考えられる. 地盤変形係数を統一的に整理するためには, 軸ひずみは十分な情報ではないが, いずれの調査法に

においても計測できる指標であり、実務的には扱いやすい。本研究では、実務的な方法を提案することを目的としているので、軸ひずみによりひずみレベルを整合させることを考える。その結果、各種地盤調査から計測される変形係数には、下記の関係があると考えられる。

$$E_{eq}^{UCT} \neq E_{eq}^{TCT} \approx E_{eq}^{PMT} < E^{PSL} \approx E_0 \quad (30)$$

これより、設計計算における UCT の取扱いには留意が必要である。この考察については、データの統計分析に基づき、4 章、5 章でさらに考察を加える。

3.3 地盤変形係数の推定方法の提案

(1) ひずみ依存性モデル

変形係数は、ひずみレベルに依存して変化し、以下の関係式が成り立つものと仮定する (図 8)。

$$E_{eq} = E_1 \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_1} \right)^b = E_1 \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{0.01} \right)^b \quad (31)$$

ここで、 E_1 は軸ひずみ $\varepsilon_a=0.01$ (1%) $=\varepsilon_1$ の時の地盤変形係数を意味し、ひずみ依存性モデルを考える上での基準値とする。この 1% はモデル化のための便宜的な設定であるが、室内圧縮試験の E_{50} の平均的な値に相当する。変形係数 E_{eq} は、任意の軸ひずみ ε_{eq} に対応する地盤変形係数を表す。以後、 ε_1 を「基準軸ひずみ」、 E_1 を「基準地盤変形係数」と呼称する。両辺を対数変換すると下式となり、係数 b は、対数変換した地盤変形係数と軸ひずみの傾きを表す係数となる。

この仮定に基づけば、計測された変形係数 E_m と軸ひずみ ε_m の関係は以下式となる。

$$\begin{aligned} \log E_m &= \log E_1 + b \log \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} \right) \\ &= a + b \log \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

このモデルは、設計計算を意識した簡便なモデル化であり、理論的に係数 a 、 b を導くことができない。従って、データから統計的に求めることにする。

図 8 は、ここで提案しているひずみ依存性モデルを模式的に表している。粘性土の UCT、TCT、砂質土の TCT 試験について、同一の試験結果から、 E_{50} 、 E_f に対応する 2 組の変形係数とひずみの関係を得ることができるため、試験結果毎に係数 a 、 b を決定することができる。

図 9(a) は、試験結果毎に係数 b を計算して、 $E_m(E_{50})$ との散布図を示したものである。係数 b

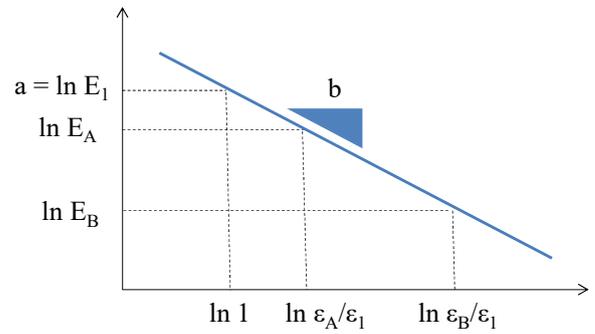
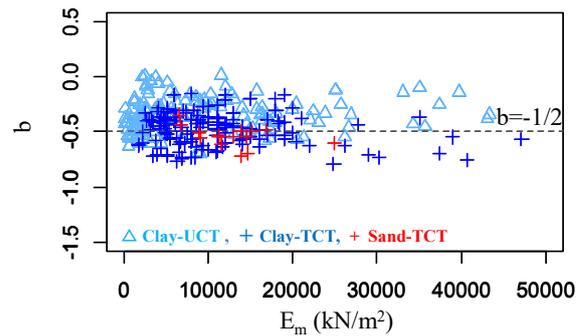
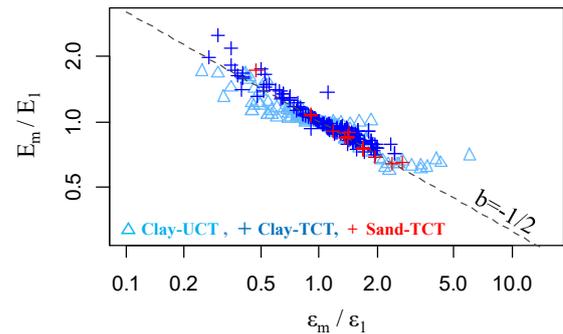


図8 変形係数のひずみ依存性モデルの概念



(a) 係数 b と E_m の関係



(b) E_m/E_1 と $\varepsilon_m/\varepsilon_1$ の関係

図9 変形係数のひずみ依存性モデルの概念

はバラツキがあるものの E_m の大きさとは無関係であり、平均的には $b = -1/2$ 程度となることが分かる。

b が土質によらず一定値であるとする、対数変換した E_m/E_1 と $\varepsilon_m/\varepsilon_1$ は、常に比例関係にあることになる (式(33))。

$$\log \left(\frac{E_m}{E_1} \right) = b \log \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} \right) = -\frac{1}{2} \log \left(\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_1} \right) \quad (33)$$

図 9(b) は、試験結果毎に決定した係数 a を E_1 に変換し、 E_m/E_1 と $\varepsilon_m/\varepsilon_1$ の関係を示している。ここで、 E_m 、 ε_m は、 E_{50} 、 ε_{50} としている。この図には、 b を $-1/2$ と仮定した場合の直線が併記されている。これらの結果より、UCT や TCT で対象とする軸ひずみの範囲においては、

bは-1/2で概ね一定であると考えた。今後、この関係を「-1/2乗則」と呼称する。

各種試験により計測される地盤変形係数は広範囲のひずみレベルのものを含んでいる。ここで提案した地盤変形係数のひずみ依存性モデルは、(31)式に示した簡便なモデルであり、パラメータは基準地盤変形係数 E_1 のみである。基準地盤変形係数が適切に決定できれば、容易に任意の着目ひずみレベルに対応する地盤変形係数に変換することができる。

(2) 基準変形係数の決定方法

a) 地盤調査により直接地盤変形係数を計測する場合

変形係数を直接計測した場合には、計測された変形係数 E_m とそれに対応する軸ひずみ ε_m より、以下式により基準変形係数 E_1 を計算することができる。

$$E_1 = E_m \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_m} \right)^{-1/2} = E_m \left(\frac{0.01}{\varepsilon_m} \right)^{-1/2} = \frac{1}{10} E_m \varepsilon_m^{1/2} \quad (34)$$

表2は、 $b=-1/2$ に固定して E_{50} から E_f を推定して実際の E_f との差の偏差 (bias) と変動係数 (COV) を示したものである。COVは0.06~0.13の範囲にあり、変換精度は地盤データとしては高いことが分かる。

表2 -1/2乗則による変換精度

Soil Type	Test Type	Number	bias	COV
Clay	UCT	140	1.01	0.11
	TCT	175	0.96	0.06
Sand	TCT	26	0.98	0.13

なお、図4は、 E_1 と深度の関係を示した図である。 E_m と同様の傾向を有しているが、データのバラツキはやや小さくなる傾向が読み取れる。

b) N値から地盤変形係数を推定する場合

全ての現場において地盤変形係数を直接計測する試験を実施することは困難であり、実務ではN値から推定することも重要である。また、この回帰分析結果を考察することは、N値から地盤変形係数への変換誤差を定量化することであり、信頼性設計上重要である。

図10は、 E_m および E_1 とN値の散布図を示している。全ての土質区分、地盤調査法のもの重ねて示している。参考として、(4)式、(5)式の既往式 (700N, 2800N) も示している。 E_m は土質区分や調査法により、ひずみレベルが

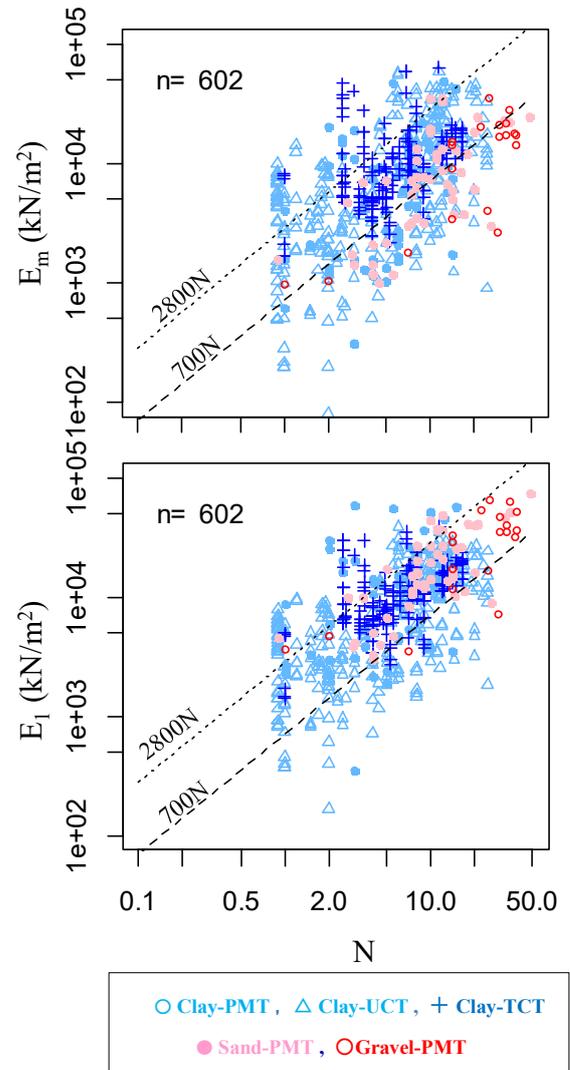


図10 計測変形係数 E_m および基準変形係数 E_1 とN値の関係

異なることから、変形係数の大きさが異なる傾向があり、結果として全体として大きなバラツキを有している。これに対して、 E_1 は、ひずみを調整しているため、全体としてのバラツキはやや小さくなる傾向が見られる。

・回帰方程式

ここでは、以下の3種類の回帰方程式に対して、土質分類、調査法別に回帰分析を行い、結果を考察する。

$$\text{Model(1)} : E_m = \beta_0 N^1 d \quad (35)$$

$$\text{Model(2)} : E_1 = \beta_0 N^{\beta_1} d \quad (36)$$

$$\text{Model(3)} : E_1 = \beta_0 N^{\beta_1} \text{Dep}^{\beta_2} d \quad (37)$$

ここで、 E_1 は基準地盤変形係数(kN/m²)、 N はN値、 Dep は深さ(m)、 β_0 、 β_1 、 β_2 は回帰係数、 d は対数軸上の残差を表す。

表3 回帰分析結果（回帰係数，回帰精度，データの範囲）

Test Type	Soil Type	Number of Data	Eq. Type	Coefficient			bias	COV	AIC	Range of Data [*]		
				β_0	β_1	β_2				N	ε (%)	Depth (m)
PMT	Clay	61	(1)	1081	1.00	-	1.71	1.38	180	1-15 (6)	0.91-22 (4.88)	1.5-28.6 (9.91)
			(2)	3756	0.64	-	1.53	1.16	168			
			(3)	2952	0.60	0.15	1.52	1.15	170			
UCT		298	(1)	1292	1.00	-	1.73	1.41	857	1-25 (7)	0.23-6.03 (1.09)	1.4-60.0 (16.8)
			(2)	2089	0.65	-	1.39	0.97	729			
			(3)	818	0.22	0.60	1.24	0.73	597			
TCT		175	(1)	1602	1.00	-	1.30	0.83	340	1-17 (7)	0.27-2.47 (1.19)	0.7-17.4 (6.09)
			(2)	4121	0.48	-	1.13	0.54	260			
			(3)	3837	0.34	0.22	1.12	0.49	238			
PMT	Sand	49	(1)	710	1.00	-	1.33	0.88	113	1-48 (12)	0.95-16.8 (6.47)	2.5-27.6 (8.83)
			(2)	2482	0.82	-	1.16	0.58	82			
			(3)	1373	0.64	0.49	1.12	0.51	74			
	Sand & gravel	68	(1)	648	1.00	-	1.32	0.86	155	1-48 (15)	0.95-20.8 (6.70)	2.5-35.3 (8.67)
			(2)	2739	0.76	-	1.17	0.61	116			
			(3)	1483	0.69	0.39	1.15	0.57	110			

※()は平均値を示す。

Model(1)は，(4)式，(5)式のような既往の研究で用いられている仮定である．地盤変形係数は対数正規分布に近い分布をしていることから，対数変換すると以下式となる．

$$\ln E_m = \ln \beta_0 + 1.0 \ln N + \ln d \quad (38)$$

この式からも分かるとおり，Nの階乗を1.0に固定することは，回帰分析の傾きを固定して切片を同定する問題であることが分かる．すなわち，傾きを固定して導出された推定式は，地盤変形係数とN値の関係を適切にとらえられない可能性があり，N値の大きさに依存して誤差（偏差，残差）の特性が変化する可能性がある．また，(38)式を変形すると(39)式が得られる．

$$\ln \beta_0 = \ln(E_m / N) + \ln d \quad (39)$$

これより，Nの階乗を1.0に固定した解析分析を行うことは，単に E_m/N の平均と分散を計算していることに相当することが分かる．

Model(2)，Model(3)は下記のように表される．

$$\ln E_1 = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln N + \ln d \quad (40)$$

$$\ln E_1 = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln N + \beta_2 \ln Dep + \ln d \quad (41)$$

対数変換した地盤変形係数，N値，深度を用いた最小二乗法により回帰係数を得ることができる．最小二乗法の有効性は，正規分布に基づいた尤度により説明できる．残差が正規分布に従う場合，最小二乗法により設定されたパラメータは，尤度が最大となる場合のパラメータに一致する．対数変換をすることは，残差を正規分布に近づけるための操作である．

・回帰誤差

対数軸上の残差（ $E_{1,m}$ ：観測値 E_m から変換した基準地盤変形係数， $E_{1,N}$ ：回帰式により推定した基準地盤変形係数）は以下式で表される． $E_{1,m}$ と $E_{1,N}$ の比を λ とおき，この指標に着目する．

$$\ln E_{1,m} - \ln E_{1,N} = \ln \left(\frac{E_{1,m}}{E_{1,N}} \right) = \ln \lambda \quad (42)$$

回帰誤差の統計量は， λ の平均と変動係数で整理することとし，*bias*と*COV*で表記する．

$$\sigma_{\ln \lambda}^2 = \mu_{\lambda}^2 (\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2] - 1) = bias^2 (\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2] - 1) \quad (43)$$

$$bias = \mu_{\lambda} = \exp(\mu_{\ln \lambda} + 1/2\sigma_{\ln \lambda}^2) \quad (44)$$

$$COV = \sigma_{\lambda} / \mu_{\lambda} = \sqrt{\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2] - 1} \quad (45)$$

・情報量基準AIC¹⁹⁾を用いたモデル選択

ここでは，Model(1)～Model(3)の3つの回帰方程式を用いて回帰分析を行い，情報量基準AICを用いたモデル選択の視点から，回帰係数の意味や物理的な解釈を行うこととする．

$$AIC = -2 \ln L + 2(m+1) \quad (46)$$

回帰分析におけるモデル選択とは，仮定した回帰方程式の妥当性を確認するためのものである．説明変数を増やせば回帰誤差は小さくなる．ただし，それにより，説明変数が過度に増やすことは，外挿推定の推定精度を必ずしも高めるわけではない．説明変数間の多重共線性が生じ，適切な回帰係数が定まらなくなる場合もある．

式の第1項は対数尤度 $\ln L$ を表し，当てはまり

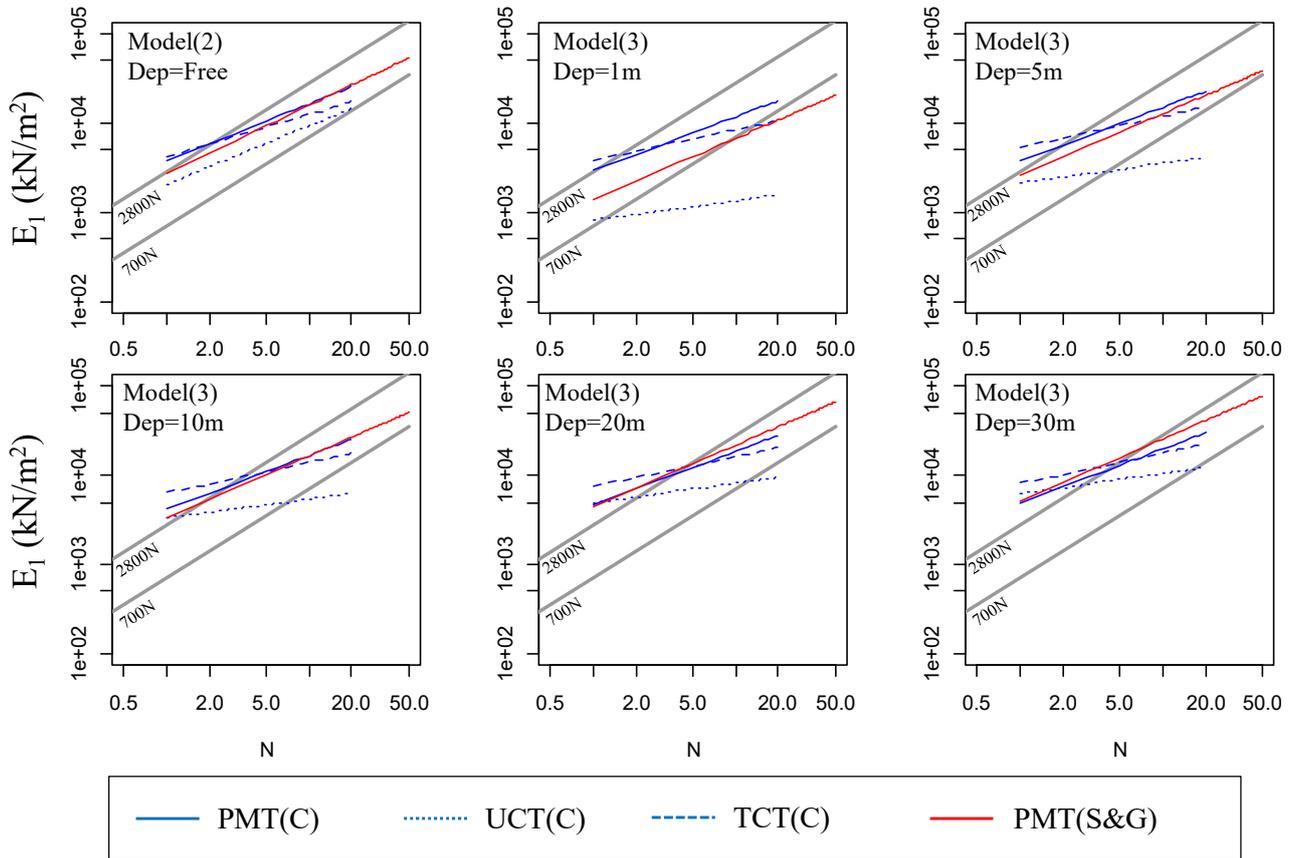


図11 回帰式の比較結果（深度を考慮しないModel(2)，深度を考慮したModel(3)の場合．Model(3)では，Dep=1m，5m，10m，20m，30mの場合について描画している）

の良さを意味する，第2項はパラメータによるペナルティーを表す．AICが最小となるモデルは，少ないパラメータでかつ当てはまりの良いモデルを選択することが出来る．

(3) 回帰分析結果と考察

a)回帰式の平均的特性

表3に，回帰分析結果を示す．表には回帰分析に用いたデータ数とその範囲，回帰係数，回帰精度 (bias, COV)，情報量基準AICが示されている．また，図E-2~図E-5には，観測値 E_m から変換した E_I とN値から回帰式により推定した E_I の散布図，回帰式の残差の散布図とヒストグラムが示されている．

図11は，回帰分析結果を図化したもので，回帰方程式Model(2)と回帰方程式Model(3)を全ての土質区分，地盤調査について重ねて示した図である．Model(3)については，深度を1m，5m，10m，20m，30mの場合について示した．

深さの効果を考慮しないModel(2)（左上図）を見ると，土質区分，調査方法によらず概ね同様の傾向があることが分かる．ただし，粘性土UCTについては他ケースより E_I の値がやや小さく，粘性土は砂質土に比べて勾配 β_I がやや小

さいことが分かる．この特徴は，Model(3)の場合においても同様である．

なお，図には既存式(4)式，(5)式を灰色で併記している．いずれの場合においても，既存式の勾配 β_I よりも回帰分析により得られた勾配 β_I が小さいことが分かる．従って，既存式では，N値が小さいところでは過小評価し，N値が大きいところで過大評価していた可能性がある．

中谷ら(2007)²⁰⁾は，全国の杭の水平載荷試験データを収集し，既存式に基づいて地盤変形係数と地盤反力係数の推定精度を考察している．(4)式，(5)式を用いて推定した地盤反力係数は，N値が小さいところで地盤反力係数の実測値に比べて，小さい値を推定することを指摘している．この結果は，この勾配 β_I の特徴と整合する．

次に，深さを考慮したModel(3)の結果を見ると，粘性土PMT，TCTはいずれの深度においても概ね同程度の E_I が得られているのに対して，粘性土UCTは深度依存性が強く，地表に近づくにつれて，他ケースに比べて小さい E_I が得られている．3章で考察したように，UCT試験から得られた変形係数は他試験とは異なることがデータからも観察される．

UCTは試験時に水平方向に拘束圧を作用さ

せない試験であるため、表層に近いほど、供試体のみだれの影響を受けやすく、 E_{50} 、 E_r を計測するひずみレベルにおいて試験時に体積膨張している可能性もある。すなわち、他試験と比べて、体積ひずみが表層ほど大きくなり、強い深度依存性を示している可能性がある。粘性土UCTより求めた変形係数を設計計算に活用する際には、ここで示された深度依存性に配慮して定数設定を行わなければならない。

UCT試験ほどではないが、砂質土と礫のPMTは、粘性土PMT、TCTに比べて強い深度依存性を有している。砂質土が有する本来的な拘束圧依存性の影響が回帰分析結果に表れているものと考えられる。ただし、表3からもわかるとおり、砂質土と礫のPMTの試験結果は表層2.5m以浅データが存在しない。Dep=1mの結果は外挿した値であることもあり、土質区分による違いについては今後の検討課題としたい。

b)回帰誤差 (bias, COV) 情報量基準AIC

粘性土PMTでは、COVが1.0を超え、他ケースと比べて顕著に大きい。また、ひずみ依存性が考慮されていない従来の回帰式Model(1)とひずみ依存性を考慮したModel(2)、Model(3)を比較すると、COVがやや小さくなるものの明瞭な改善効果は確認できない。この回帰誤差には、主にN値の観測誤差、回帰式のモデル化の誤差、変形係数自体の観測誤差が含まれていると考えられる。前2つの誤差は他試験も同様に含まれているので、粘性土PMTでは、変形係数自体の観測誤差が回帰誤差を支配している可能性がある。すなわち、PMTでは先行して地盤を掘削するが、特に軟弱粘性土においては孔壁の膨張などにより地盤が乱れるなど、観測の精度が劣ることが考得られる。

粘性土UCTは、先にも示した通り強い深度依存性を示す。従って、深さを考慮したModel(3)が最も回帰誤差が小さく、AICも小さいことが分かる。粘性土UCTをN値から推定する場合には深度を考慮したModel(3)を用いる必要がある。COVは従来の回帰式Model(1)に比べて顕著に小さくなる。

粘性土TCTは、粘性土の3種類の試験の中で最も回帰誤差が小さい結果が得られた。粘性土の変形係数を推定する場合にはTCTが最も適していると考えられた。AICに着目すると深度を考慮したModel(3)が最も小さく適切なモデルであると考えられた。

砂質土と礫PMTについても、粘性土TCTと概ね同様の回帰誤差、AICの特徴を有している。

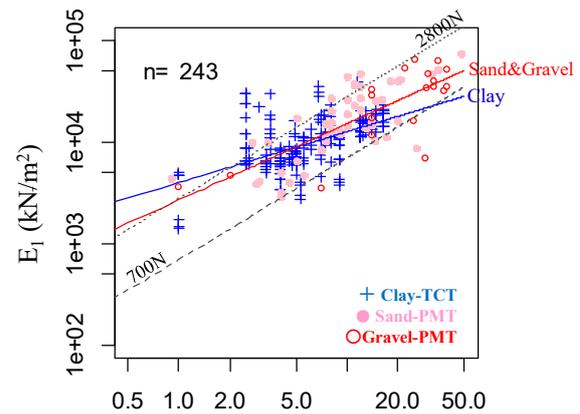


図12 提案式と回帰基データの関係

ただし、深度に対する勾配 (β_3) は、0.49もしくは0.39であり、粘性土TCTに比べて大きい。また、Model(1)の切片 β_0 に着目すると、砂質土の場合に710、砂質土と礫を一体で解析した場合に648が得られており、(4)式(700N)と同等の結果が得られている。

c)変形係数N値推定式の提案

以上の検討から、土質区分、地盤調査方法により得られる変形係数の特性は異なることが確認された。従って、それぞれに推定式を提案する。

以下に、土質区分、地盤調査法別の基準変形係数の推定式とその回帰精度、適用範囲を示す。適用範囲については、データの最大最小値ではなく、データのヒストグラム等を参考に主たるデータ群の範囲を示している。また、回帰係数についても設計計算での煩雑さを考慮して丸めた値で提案した。

粘性土PMT :

$$E_1^{PMT} = 4000N^{2/3} \quad (47)$$

$$bias = 1.53 \quad COV = 1.16$$

$$N = 1-15 \quad Depth \leq 15m$$

粘性土UCT :

$$E_1^{UCT} = 650N^{1/4}Dep^{2/3} \quad (48)$$

$$bias = 1.24 \quad COV = 0.73$$

$$N = 1-25 \quad Depth \leq 60m$$

粘性土TCT :

$$E_1^{TCT} = 4000N^{1/2} \quad (49)$$

$$bias = 1.13 \quad COV = 0.54$$

$$N = 1-15 \quad Depth \leq 15m$$

粘性土については、基本的にAICが最小となるModelに基づいて回帰式を提案している。ただし、粘性土TCTについては、深度を考慮した

Model(3)がAIC最小モデルであるが、Model(2)に基づいた提案式となっている。これは、設計計算の現場では地表面が傾斜している場合など、深度の設定に苦慮する場合があること、深さの傾きが0.22と小さいことを考慮した提案である。

砂質土 & 礫PMT :

$$E_1^{PMT} = 2700N^{3/4} \quad (50)$$

$$bias = 1.17 \quad COV = 0.61$$

$$E_1^{PMT} = 1200N^{2/3} Dep^{1/2} \quad (51)$$

$$bias = 1.15 \quad COV = 0.57$$

$$N = 1 - 50 \quad Depth \leq 30m$$

砂質土 & 礫PMTは、Model(2)、Model(3)の2つの回帰式に基づいて2つの式を提案した。

Model(3)に基づく結果がAIC最小モデルであるが、AICの差は大きくない。従って、粘性土TCTと同様に深さを考慮しない式を基本とした((50)式)。ただし、深度に対する勾配 β_3 が0.49もしくは0.39であり、比較的大きいことから、深度を考慮した式も提案することとした。特に、地表面付近の変形係数の推定を要求される場合には、深度を考慮した式を適用するのが良いと考えられる。

図12は、基準変形係数とN値の回帰基データの散布図に提案する回帰式を重ねて示した図である。粘性土では、最も回帰誤差が小さいTCTの(49)式、砂質土と礫では(50)式が示されている。データへのフィッティングは良好であることが確認できる。

第3章の参考文献

- 1) 日本道路協会:道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編, 丸善出版, 2012.
- 2) 鉄道総合技術研究所編:鉄道構造物等設計標準・同解説 基礎構造物, 丸善出版, 2012.
- 3) 日本建築学会:建築基礎構造物設計指針, 日本建築学会, 2001.
- 4) 吉田巖, 吉中竜之進:ボーリング孔内横方向載荷試験法-3 室研試験機と1室型試験機の比較について-, 土木技術資料, Vol. 14, No. 10, pp. 281-286, 1967.
- 5) 吉中竜之進:地盤反力係数とその載荷幅による補正, 土木研究所資料, 第299号, 1967.
- 6) Yoshida, I. and Yoshinaka, R.: A Method to

Estimate Modulus of Horizontal Subgrade Reaction for a Pile, Soil and Foundations, Vol.12, No.3, pp.1-17, 1972.

- 7) 土屋尚, 豊岡義則: SPTのN値とプレシオメーターの測定値(P_s , E_p)の関係について, サウンディングシンポジウム, 土質工学会, pp.101-108, 1980.
- 8) 玉置克之, 桂豊, 岸田了: 施工時の鉛直変位測定に基づく支持地盤のヤング係数, Vol.55, p.11-20, 清水建設研究報告, 1992.
- 9) 西岡英俊, 安西綾子, 神田政幸, 館山勝: 地盤調査法に応じた地盤変形係数および地盤反力係数の算定法, 鉄道総研報告, Vol.7, No.24, pp.11-16, 2010.
- 10) 西岡英俊, 神田政幸, 室野剛隆, 棚村史郎: 地盤変形係数に用いる補正係数と地盤調査法の関係, 土木学会全国大会大57回年次学術講演会, pp.1359-1360, 2002.
- 11) 安西綾子, 小坂拓哉, 西岡英俊, 神田政幸, 館山勝: 平板載荷試験による地盤の変形係数の評価について, 第43回地盤工学研究発表会, pp.1313-1314, 2008.
- 12) 電力中央研究所技術第二研究所: ボーリング孔壁の静的・動的加圧試験による地盤物性の調査法, 研究報告71017, 1972.
- 13) 社団法人地盤工学会: 地盤調査法, pp.249-257, 2003.
- 14) Mair, R. J. and Wood, D. M.: CIRIA Ground Engineering Report: In-Situ Testing Methods and Interpretation Butterworths, 1987.
- 15) Briaud, J-L: The Pressuremeter, Balkema, p.22, 1992.
- 16) 越智健三, 金有性, 龍岡文夫: ひずみ依存性と測定誤差を考慮した堆積軟岩の変形特性の検討, 土木学会論文集, No.463/III-22, pp.133-142, 1993.
- 17) Tatsuoka, F. and Shibuya, S.: "Deformation characteristics of soils and rocks from field and laboratory tests", Keynote Lecture for Session No.1, Proc. of the 9th Asian Regional Conf. on SMFE, Bangkok, Vol.II, pp.101-170. 1991.
- 18) 緒方辰男, 倉知禎直, 古関潤一: 地盤変形特性の応力・ひずみレベル依存性を考慮した水平方向地盤反力係数の載荷幅依存性, 土木学会論文集, No. 631/III-48, pp. 371-381, 1999.
- 19) Akaike, H: Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle, 2nd International Symposium on Information Theory, Petrov, B. N., and Csaki, F, Akademiai Kiado, Budapest, pp.267-281, 1973.
- 20) 中谷昌一, 白戸真大, 河野哲也, 中村祐二, 野村朋之, 横幕清, 井落久貴: 性能規定体系における道路橋基礎の安定照査法に関する研究, 土木研究所資料, 第4136号, 2009.

第4章 地盤反力係数の推定方法の開発

4.1 地盤反力係数導出のための回帰方程式

(1) 弾性論に基づく地盤反力係数の導出

図1(a)は、正方形剛体基礎を例にして、荷重 P が鉛直に作用した場合の地盤の応力状態を示した図である。一般的な基礎の変位照査では、弾性床上の梁理論に基づく計算が行われ、図1(b)に示されている通り、地盤材料は、等方な線形弾性体と仮定される。そして、剛体基礎に生じる地盤反力度は、3次的に広がり、複雑な分布を示すが、これを簡便に等圧の荷重度に一致すると仮定して、地盤反力度（荷重度）と変位を地盤反力係数で結びつける。

$$p = \frac{P}{D^2} = k_{eq} \delta_{eq} \quad (6)$$

ここで、 p は地盤反力度、 δ_{eq} は基礎の変位、 k_{eq} は地盤反力係数である。このような仮定に基

づいて、3次元問題は1次元問題に置き換えられる。ここで、下付き記号 eq は、着目する基礎の変位レベル（例えば、基礎幅の0.01(1%)など）に対応する等価線形モデルを意味する。

図1(c)は、 k_{eq} を推定するための地盤調査と調査により計算される地盤変形係数 E_{eq} の模式図を表している。 E_{eq} は、基礎の設計に用いられる地盤パラメータであり、軸差応力 q と軸ひずみ ε_{eq} から下記で計算される。 ε_{eq} 、 E_{eq} は、着目する基礎の変位レベルに対応する地盤の軸ひずみと地盤変形係数を意味する。

$$E_{eq} = \frac{q}{\varepsilon_{eq}} \quad (7)$$

E_{eq} は、ポアソン比 $\nu=0.50$ を仮定した場合の等価ヤング率であると解釈することができる¹³⁾。

次に、地盤反力係数 k_{eq} の意味を考察する。ブシネスクの弾性変位解に、地盤変形係数をヤング

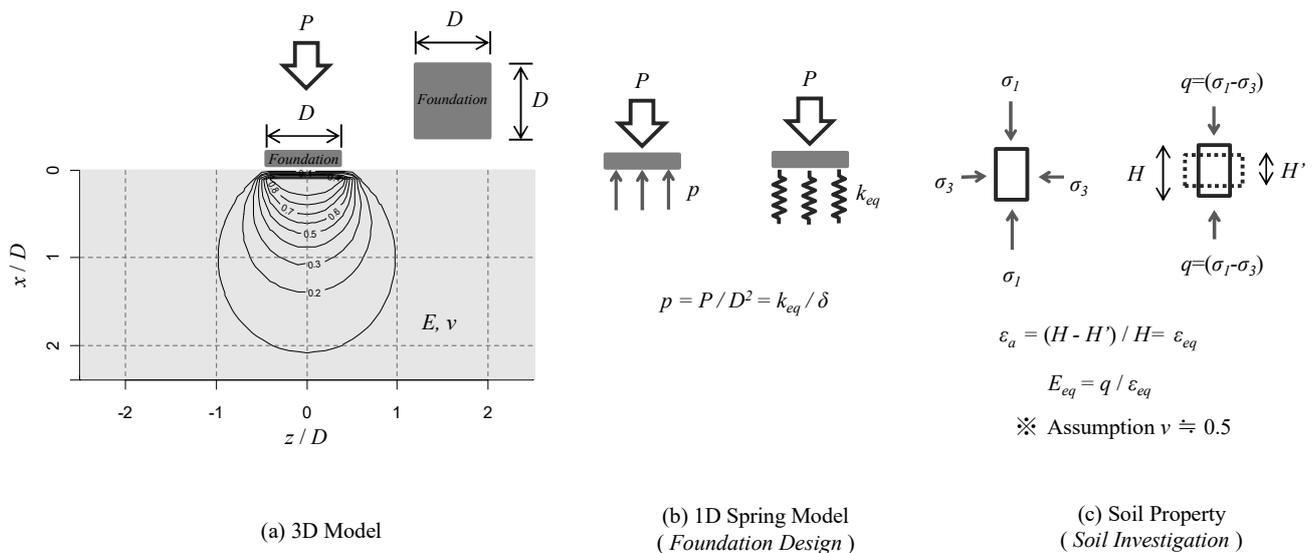


図1 基礎設計における地盤のモデル化

率に見立て代入すると以下式が得られる (Poulos and Davis¹⁴⁾).

$$\delta_{eq} = pD \frac{1-\nu^2}{E_{eq}} I_p \quad (8)$$

ここで、 δ_{eq} は基礎の着目変位量(m)、 p は荷重度(地盤反力度)(kN/m²)、 D は載荷幅(m)(ここでは基礎幅)、 ν は地盤のポアソン比、 E_{eq} は地盤変形係数(kN/m²)、 I_p は形状係数であり、構造物の形状と境界条件に応じて決定される。鉛直載荷された剛体矩形基礎の形状係数は既知である。例えば、 $m=L/B$ (L : 載荷面の奥行き長、 B : 載荷面の幅)が1(正方形)の場合 $I_p=0.88$ 、 $m=4$ の場合 $I_p=1.60$ となる¹⁵⁾。

(8)式を下記のように展開すると k_{eq} と地盤変形係数 E_{eq} の関係が導かれる。

$$p = \frac{1}{I_p(1-\nu^2)} \frac{E_{eq}}{D} \delta_{eq} \quad (9)$$

$$k_{eq} = \frac{p}{\delta_{eq}} = \frac{1}{I_p(1-\nu^2)} \frac{E_{eq}}{D} \quad (10)$$

ここで、 k_{eq} と E_{eq} を関連づける比例定数を α_{eq} として、以下のように置くことにする。

$$\alpha_{eq} = \frac{1}{I_p(1-\nu^2)} \quad (11)$$

以上の準備より、以下の2式を得ることができる。

$$\frac{p}{E_{eq}} = \alpha_{eq} \frac{\delta_{eq}}{D} = \alpha_{eq} y_{eq} \quad (12)$$

$$k_{eq} = \alpha_{eq} \frac{E_{eq}}{D} \quad (13)$$

ここで、 y_{eq} を構造物変位率と呼称する。構造物の着目変位量 δ_{eq} (剛体基礎であれば中心の沈下量、杭であれば杭頭水平変位量など)を対象基礎の代表的な規模 D (剛体基礎であれば基礎幅、杭であれば杭径)で正規化した量である。一方、 α_{eq} を影響係数と呼称する。(11)式に示されているように、基礎の幾何形状および境界条件から決まる I_p と地盤のポアソン比 ν の関数となり、地盤変形係数で仮定されるように地盤のポアソン比 ν を固定して考えると、対象となる基礎形式や境界条件毎に与えられる固有の定数となる。そして、(12)式に示されている通り、影響係数 α_{eq} は、構造物変位率 y_{eq} と p/E_{eq} の関係(勾配)を意味する。

本研究では、(13)式を構造物基礎の地盤反力係数の基本式とする。すなわち、地盤反力係数の載荷幅依存性の議論で考えると、-1乗則の立場をとることになる。

(2) 回帰方程式の導出

次に、多数の載荷試験から統計的に地盤反力係数を導出することを考える。載荷試験では、基礎に作用する荷重 P と変位 δ の関係と載荷試験現場で実施された地盤調査より地盤変形係数が既知であるものとする。これらの情報を用いて、地盤変形係数と地盤反力係数の関係を回帰分析により結びつけることを考える。

図2(a)は、基礎の載荷試験により得られる荷重 P 変位 δ 曲線の模式図を表している。割線勾配を K とおき、基礎幅の0.01(1%)の変位の時の割線勾配を K_I 、着目する任意点の割線勾配を K_{eq} とおくことにする。この図では、着目する変位レベルを基礎幅の0.01(1%)とした場合($K_{eq}=K_I$)について描画している。

図2(b)は、縦軸を荷重度(=地盤反力度) p に置き換えたものであり、地盤反力係数は、図のように p - δ 関係の割線勾配として定義される。 k_{eq} 、 k_I は、 K_{eq} 、 K_I に対応する地盤反力係数を意味する。

図(c)は、地盤調査により得られる地盤要素の軸差応力 q 軸ひずみ ε_a 関係の模式図である。軸ひずみ0.01(1%)を ε_I 、着目する基礎の変位レベルに対応する地盤の軸ひずみと地盤変形係数を ε_{eq} 、 E_{eq} とおく。繰り返しになるが、下付き記号 eq は着目する基礎の変位レベルを意味する。従って、 K_{eq} と k_{eq} の関係は、基礎に作用する荷重と変位から計算される指標であるため、その関係は明確である。しかし、基礎の荷重と変位から計算される k_{eq} と地盤のひずみレベルにより定義される E_{eq} の関係は明確ではない。すなわち、着目する基礎の変位レベルにおいて、周辺の地盤がどの程度のひずみレベルに達するかは不明である。そこで、それぞれに便宜的に基準値を設け、両者を回帰分析で関係づけることを考える。

著者らの研究¹³⁾および中谷ら(2012)¹²⁾より、地盤変形係数 E_{eq} のひずみ ε_{eq} 依存性と地盤反力係数 k_{eq} の構造物変位率 y_{eq} ($=\delta_{eq}/D$)依存性は、下式のようにモデル化できることが分かっている。

$$E_{eq} = E_I \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_I} \right)^{-1/2} \quad (14)$$

$$k_{eq} = k_I \left(\frac{y_{eq}}{y_I} \right)^{-1/2} \quad (15)$$

ここで、 E_I は、基準地盤変形係数であり、軸ひずみ0.01(1%) $=\varepsilon_I$ の時の地盤変形係数を意味する。 k_I は、基準地盤反力係数であり、構造

物変位率 $0.01(1\%) = y_1$ の時の地盤反力係数を

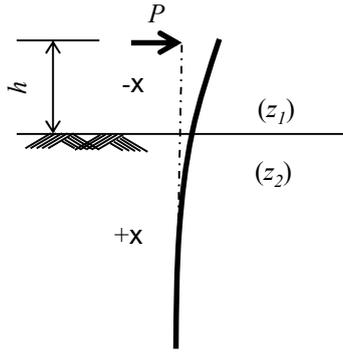


図3 突出杭の模式図と記号

意味する。

(16)式は、(13)式の k_{eq} と E_{eq} に基準とした地盤反力係数 k_1 と基準地盤変形係数 E_1 を代入したものである。基礎幅の $0.01(1\%)$ 、軸ひずみ $0.01(1\%)$ は、いずれも便宜的に設定した基準値である。従って、構造物変位率 $y_{eq} = y_1$ に対応する地盤変形係数は E_1 ではないので、図 2(c) に示されているように、これを調整するための比例係数 ω (これを等価近似係数と呼称する) を導入する。

$$k_1 = \alpha_{eq} \frac{\omega E_1}{D} = \alpha_{eq} \omega \frac{E_1}{D} \quad (16)$$

(16)式を(15)式に代入して、一般化すると下式を得る。

$$k_{eq} = \alpha_{eq} \omega \frac{E_1}{D} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} = \alpha_R \frac{E_1}{D} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} \quad (17)$$

ここで、 α_R は影響係数 α_{eq} と等価近似係数 ω の積であり、これを回帰係数とする。以上の準備を踏まえて、回帰分析の手順は以下の通りとする。

- a) 载荷試験から地盤反力係数 k_{eq} を逆算し、それを目的変数とする。
- b) 地盤調査から基準地盤変形係数 E_1 を設定し、基礎幅 D と変位レベルの補正項 $(y_{eq}/y_1)^{-1/2}$ を考慮した値を説明変数とする。
- c) 切片を 0 とした回帰分析を行い、回帰係数 α_R を得ることにより地盤反力係数の推定式を導く。

なお、(17)式から明らかなように、この回帰係数には、基礎の形状、载荷条件から決まる影響係数 α_{eq} と地盤のひずみレベルの補正 ω (等価近似係数) の影響が含まれている。4章では、これを分離することにより、基礎の構造物変位率と地盤のひずみとの関係について考察する。

4.2 杭基礎の水平地盤反力係数推定問題への適用

前章で示した回帰分析方法を杭基礎の水平変位照査における地盤反力係数の推定問題へ適用し、その有効性を検証する。

(1) 杭基礎の水平変位計算方法の概要

図3は、突出杭の杭頭に水平荷重 P が作用した場合の模式図を表している。地中部は弾性床上の梁でモデル化すると地表面から突出している弾性梁の支配方程式は、地上部(突出部)と地中部に分けて以下のように記述できる。

$$EI \frac{d^4 z_1}{dx^4} = 0 \quad (\text{突出部}) \quad (18)$$

$$EI \frac{d^4 z_2}{dx^4} + p = 0 \quad (\text{地中部}) \quad (19)$$

ここで、 E は杭のヤング係数、 I は杭の断面二次モーメント、 h は P が作用する地上高を表す。 x は位置、 z_1 、 z_2 は任意位置の変位を示す。地上高とは、地表面からの高さを意味する。なお、 p は地中部における地盤反力度を表す。

先の微分方程式を杭頭の回転を許す場合(杭頭自由)と杭頭が回転しない場合(杭頭固定)について解くと、杭頭の水平変位 δ はそれぞれ下式となる⁵⁾。

$$\delta = \frac{(1 + \beta h)^3 + 1/2}{3EI\beta^3} P \quad (\text{杭頭自由}) \quad (20)$$

$$\delta = \frac{(1 + \beta h)^3 + 2}{12EI\beta^3} P \quad (\text{杭頭固定}) \quad (21)$$

ここで、杭の特性値 $\beta (\text{m}^{-1})$ は、下式となる。

$$\beta = \sqrt[4]{kD/4EI} \quad (22)$$

k は地盤反力係数、 D は杭径である。 $1/\beta$ の範囲は、水平抵抗を支配する地盤の主たる抵抗長さとされる。

(2) 回帰分析に用いるデータの概要

中谷ら(2012)が整理した杭の水平載荷試験データ(36現場)を用いる。これは、日本全国の橋梁架設地点において実施された杭の水平載荷試験を収集整理したものである。このデータは以下の基準によりスクリーニングが実施されている。

- ・荷重変位曲線が非線形性を有したデータである。
- ・十分大きな変位レベルまで杭体が降伏していないと考えられるデータである。
- ・地盤面から荷重点までの高さが杭径以下
- ・基礎幅(杭径) D の2%以上の変位まで荷重されている
- ・ワイブル関数へのフィッティングによって得られた弾性限界点の荷重 R_0 の1.2倍以上の荷重が荷重されている。
- ・1.2 R_0 の荷重が作用したときに杭体が降伏していない。
- ・地盤データ(土層構成, N値)が存在し、かつ地盤種が岩盤ではなく、また、N値がゼロではない。
- ・「杭基礎設計便覧¹⁶⁾」に記載された工法であること。

載荷試験に基づく地盤反力係数の逆算は下記の通り行った。

- 杭頭変位 $\delta_{eq} = 0.01D$ とその際の杭頭荷重 P から割線勾配 K_I を計算し、(20)式から β を算定する。式(24)を用いるのは、杭の水平載荷試験では、杭頭自由の状態では水平荷重のみを荷重しているためである。
- 得られた β を(20)式に代入し、地盤反力係数 k_I を得る。
- 同様の考え方に基づいて、 $\delta_{eq} = 0.02D$, $0.035D$ に対応する地盤反力係数 k_2 , $k_{3.5}$ についても計算し、広範な地盤反力係数を準備する。

(3) 回帰分析

36の載荷試験により計算された k_1 , k_2 , $k_{3.5}$ を目的変数、 $E_I D^{-1} (y_{eq} / y_I)^{-1/2}$ を説明変数として回帰分析を行った。切片を0として、勾配を求めている。

説明変数側の変形係数 E_I は、杭の水平安定性照査における地盤の主たる抵抗範囲 ($1/\beta$) における層厚による重み付き平均値(以降 $E_{1,ave}$ と記述する)としている。

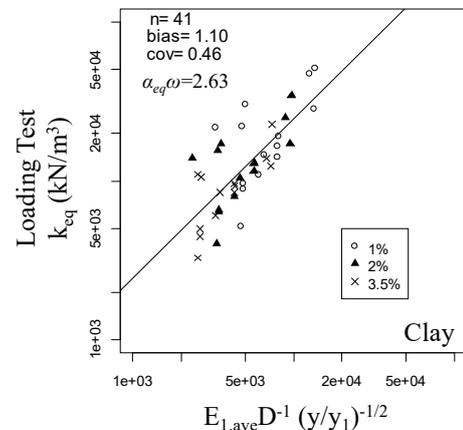
それぞれの載荷試験現場で行われたN値と土質区分(粘性土, 砂質土)から深度毎の変形係数 E_I を著者らの研究¹³⁾の式(式(23), 式(24))

により計算した。地盤の主たる抵抗範囲 ($1/\beta$ の範囲) は、中谷ら(2012)¹²⁾に示されている一般値として一律 $4D$ と仮定した。地盤の主たる抵抗範囲 ($1/\beta$ の範囲) は、載荷試験結果(荷重 P 変位 δ 関係)から、(20)式を用いて、載荷試験現場毎に同定することができる。しかし、設計計算の実務では、載荷試験が必ずしも行われるわけではないので、上記のような簡便な仮定を行った。

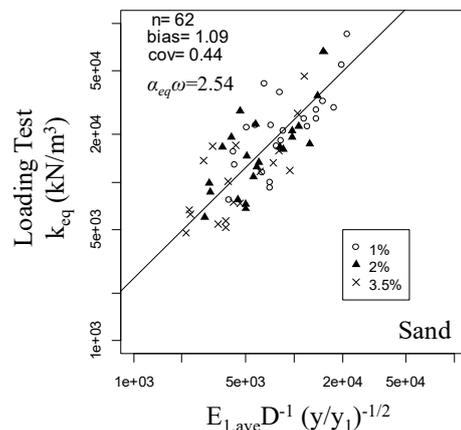
$$E_1^{Clay} = 4000N^{1/2} \quad (23)$$

$$E_1^{Sand} = 1200N^{2/3} Dep^{1/2} \quad (24)$$

以上の準備を踏まえて、地表面から深さ $4D$ までの範囲にある土層の層厚 B_i の重みづけ平均値を下式で計算した。



(a) 粘性土主体の現場場合



(b) 砂質土主体の現場の場合

図4 推定モデルの検証

$$E_{1,ave} = \frac{\sum_i B_i E_{1i}}{\sum_i B_i} \quad (25)$$

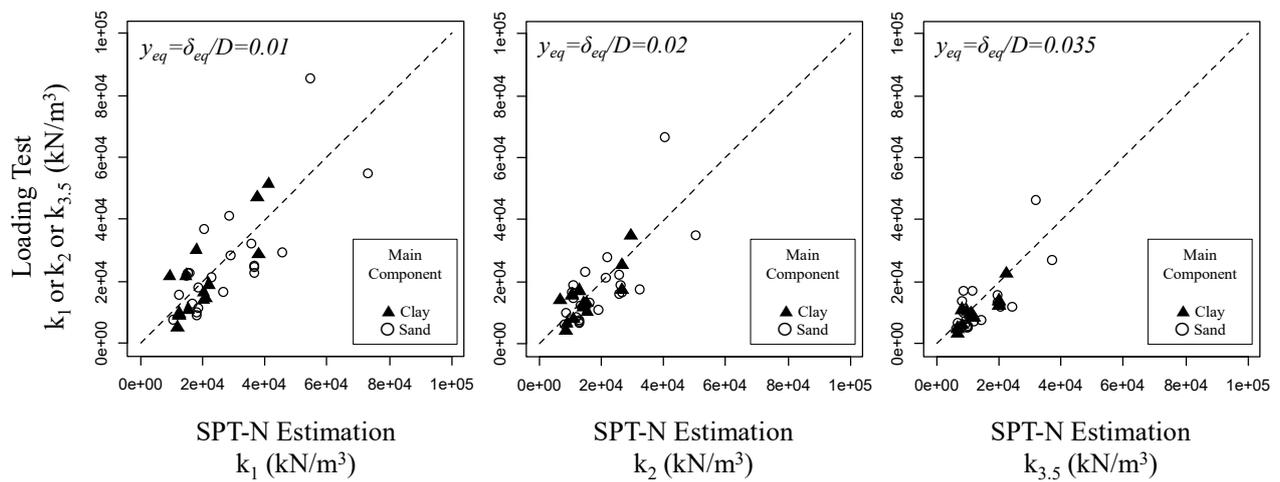


図5 フレーム計算による検証 ($\alpha_R = \alpha_{eq}\omega = 2.6$ で固定した場合)

回帰分析の結果を図4(a), (b)に示す. 図4(a)は, 粘性土が主体の現場で, (b)は砂質土が主体の現場の結果を示している. 回帰分析により得られた回帰曲線を併記しているが, 土質区分や着目する構造物変位率 y_{eq} に依存せず, 傾き $\alpha_R (= \alpha_{eq}\omega)$ は2.6程度となり, 杭の水平地盤反力係数((26)式)を得た. ここで, 対象36現場の区分(粘性土が主体的な現場($n=14$)と砂質土が主体的な現場($n=22$))は, 主観的に分類したものである. なお, 図4は, 両対数軸で表示されている. 地盤反力係数は対数正規分布に近い分布形状をしており, 回帰分析は対数変換し, 対数軸上で最小2乗法により回帰係数を得ている.

$$k_{eq} = 2.6 \frac{E_1}{D} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} \quad (26)$$

(4) 有効性検証

回帰分析を行うために, 地盤の主たる抵抗範囲(1/8の範囲)を便宜的に一律4Dと仮定してきた. この仮定の有効性を確認するために, 弾性床土上の梁理論に基づく有限要素法(以後フレーム計算と呼称)に基づいて補足計算を行った. フレーム計算では, N値が得られている深度毎(1m間隔)に個別に地盤反力係数の設定している. すなわち, 同一土層内でもN値に応じて設定した地盤反力係数は異なる. N値が計測されている各深度において, (23)式, (24)式を用いて E_1 を計算し, (26)式から着目する3ケースの構造物変位率($y_{eq}=0.01(1\%), 0.02(2\%), 0.035(3.5\%)$)に対応する地盤反力係数を設定した.

図5は, フレーム計算による確認結果である. 図は, 着目する構造物変位率 $y_{eq}=0.01(1\%),$

0.02(2%), 0.035(3.5%)の3ケースについて, 載荷試験から逆算した地盤反力係数とフレーム計算から得られる地盤反力係数の散布図を示している. フレーム計算では, 上記の通り, 深度毎に異なる地盤反力係数を設定しているが, 杭頭荷重をステップ載荷することにより, 杭頭の荷重-変位関係を得ることにより, 平均的な地盤反力係数を計算した. すなわち, フレーム計算では, 線形解析を行うので, 杭頭の荷重-変位関係は比例関係となり, これを着目変位レベルにおける荷重-変位関係の割線勾配 K と見立てることにより, 載荷試験から地盤反力係数を逆算する方法と同様の方法でフレーム計算に基づく地盤反力係数を得た.

表1, 表2は, この提案モデルの推定誤差を示している. ここで, 回帰誤差とは, 先に行った回帰分析における残差から計算した推定誤差を意味する(図4). 先に示した通り, 地盤反力係数は対数正規分布に近い分布形状をしている. 従って, 推定誤差は, 以下のように載荷試験からの逆算値>LoadingTest)と回帰分析もしくはフレーム計算による推定値(Estimation)をそれぞれ対数変換して, その差に着目している. すなわち, (27)式に示されているように, 逆算値と推定値の比(λ)の統計量を整理していることになる.

$$\ln k_{LoadingTest} - \ln k_{Estimation} = \ln \left(\frac{k_{LoadingTest}}{E_{Estimation}} \right) = \ln \lambda \quad (27)$$

推定誤差は, λ の平均と変動係数で整理することとし, $bias$ と COV で表記する((28)式, (29)式).

$$\sigma_{\lambda}^2 = \mu_{\lambda}^2 (\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2] - 1) = bias^2 (\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2] - 1) \quad (28)$$

$$bias = \mu_{\lambda} = \exp(\mu_{\ln \lambda} + 1/2 \sigma_{\ln \lambda}^2) \quad (29)$$

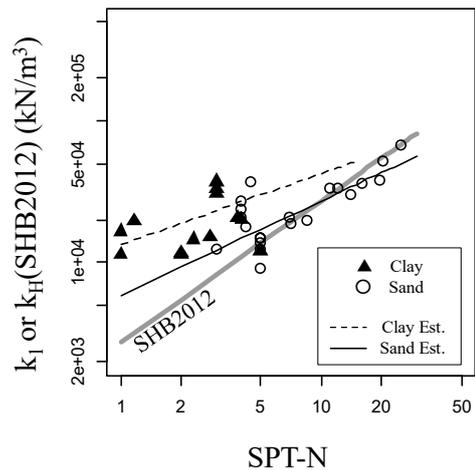
$$COV = \sigma_{\lambda} / \mu_{\lambda} = \sqrt{\exp[\sigma_{\ln \lambda}^2]} - 1 \quad (40)$$

表2, 表3には, 参考として, 現行道示SHB2012で採用されている推定式(式(1), 式(2))についても同様の検討を行い, 推定誤差を示している.

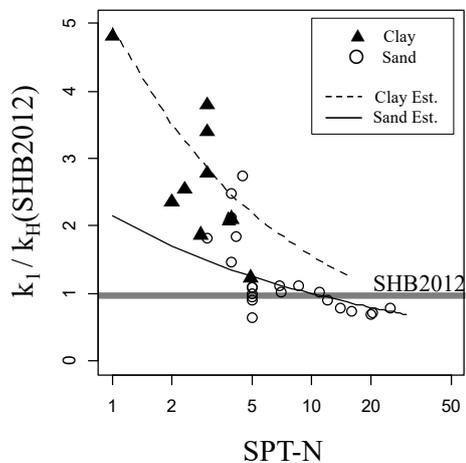
本研究の提案法は, 現行道示SHB2012に比べて偏差(bias)が補正され, 変動係数(COV)も小さくなり, 推定誤差が低減していることが分かる. 特に, 粘性土主体の現場において推定誤差が大きく低減していることが分かる.

図6は, 構造物変位率 $y_{eq}=0.01(1\%), 0.02(2\%), 0.035(3.5\%)$ における載荷試験からの逆算地盤反力係数と本研究(This Study)および現行式(SHB2012)の推定地盤反力係数との対応関係を示した図である. 上図が本研究の提案法, 下図が現行式(SHB2012)による推定値の場合を示し, 左図が粘性土主体現場, 右図が砂質土主体現場の場合を示している. 現行式(SHB2012)では, 粘性土主体の現場で, 大きく過小評価する傾向が読み取れる. 砂質土主体の現場では, 概ね1:1の対応関係にあるが, 地盤反力係数が小さい場合でやや過小評価し, 大きくなるほど過大に評価する傾向がある. これに対して, 本研究の提案式は, 偏差がなく, 残差(分散)は概ね一定であることが分かる.

図7は, 本研究の提案式と現行式(SHB2012式)の違いをN値との関係で分析している. 図



(a) 提案式 k_1 および k_H (SHB2012)とN値の関係



(b) 提案式 k_1/k_H (SHB2012)とN値の関係

表1 地盤反力係数の推定誤差(粘性土主体現場)

	n	bias	COV
回帰誤差 ($y_{eq}=0.01\sim 0.035$)	41	1.10	0.46
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.01$)	14	1.03	0.47
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.02$)	14	0.96	0.43
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.035$)	14	0.81	0.28
SHB(2012) ($y_{eq}=0.01\sim 0.035$)	41	2.51	0.94

表2 地盤反力係数の推定誤差(砂質土主体現場)

	n	bias	COV
回帰誤差 ($y_{eq}=0.01\sim 0.035$)	62	1.09	0.44
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.01$)	22	0.98	0.41
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.02$)	22	0.95	0.42
フレーム計算 $a_{eq}\omega=2.6$ ($y_{eq}=0.035$)	22	0.91	0.51
SHB(2012) ($y_{eq}=0.01\sim 0.035$)	62	0.92	0.69

図7 提案モデルの検証結果

7(a)は, 着目する構造物変位率を $y_{eq}=0.01(1\%)$ に設定し, 提案式と現行式(SHB2012式)の関係が示されている.

N値を1~30まで変化させ, 粘性土の現場を想定して(23)式で E_I を計算した場合と砂質土の現場を想定して(24)式で E_I を計算した場合で, それぞれに地盤反力係数を計算した. なお, 砂質土の現場では(24)式の $Depth=1.4m$ を代入した. これは, $1/\beta$ の範囲が概ね4Dであることから, その中心深度2D相当とした. Dは, 36載荷現場の平均値として0.70mとした.

灰色の実線は, SHB2012の推定式による計算結果である. 図7(b)は, 図7(a)の縦軸をSHB2012で計算される地盤反力係数で正規化して表示したものである.

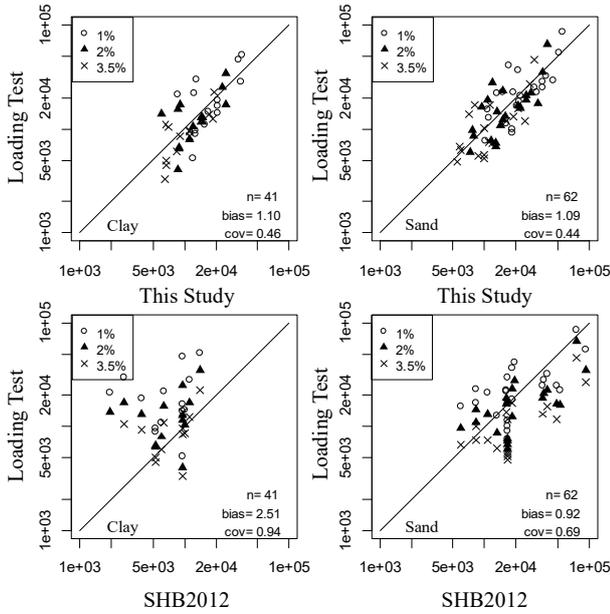


図6 载荷試験からの逆算地盤反力係数 (Loading Test) と提案手法 (This Study), 現行道示式 (SHB2012) の比較

図中の○と▲のプロットは、36の载荷試験現場で逆算された地盤反力係数と $1/B$ の範囲における平均N値 ($E_{l,ave}$) との関係が示されている。载荷試験結果は、本研究の粘性土と砂質土の推定式の間分布するが、N値が小さい場合 (粘性土主体の現場) には粘性土の推定式に概ね一致し、N値が大きい場合 (砂質土主体の現場) には砂質土の推定式に概ね一致することが分かる。N値が3~5は、区分が困難な互層の現場であるため、2つの推定式の間ばらついて分布している。SHB2012は、N値が小さい粘性土主体の現場で地盤反力係数を過小に評価する傾向があるが、本研究の推定式は载荷試験からの逆算値の特徴を適切に捉えていることが読み取れる。

4.3 回帰分析結果に対する考察

(1) 回帰係数の物理的意味

本章では、得られた回帰係数の物理的意味をさらに考察する。(17)式に(14)式を代入して、 E_{eq} と k_{eq} の関係を導くと以下式が得られる。

$$k_{eq} = \alpha_{eq} \frac{\omega E_{eq}}{D} \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_1} \right)^{1/2} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} \quad (30)$$

$$= \alpha_{eq} \omega \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_1} \right)^{1/2} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} \frac{E_{eq}}{D}$$

(13)式と(30)式を比較すると、以下の関係にあることが分かる。

$$\omega \left(\frac{\varepsilon_{eq}}{\varepsilon_1} \right)^{1/2} \left(\frac{y_{eq}}{y_1} \right)^{-1/2} = 1 \quad (31)$$

以上より、 $\varepsilon_1 = y_1 = 0.01$ であることを考慮すると、構造物変位率と地盤の軸ひずみとの関係を導くことができる。

$$\varepsilon_{eq} = \left(\frac{1}{\omega} \right)^2 y_{eq} \quad \text{あるいは} \quad y_{eq} = \omega^2 \varepsilon_{eq} \quad (32)$$

構造物変位率と地盤の軸ひずみは、等価近似係数 ω により関係づけられることが分かる。図2(c), (14)式, (16)式からも分かる通り、 ω は、基準地盤変形係数 E_1 に対するひずみレベルの調整係数を意味している。従って、回帰係数 α_{eq} と影響係数 α_{eq} から ω を計算することができれば、基礎の変位レベルと地盤のひずみレベルの関係が定量的に把握できることが分かる。そこで、次節では、杭の水平変位照査における影響係数 α_{eq} を同定することを試みる。

(2) 影響係数 α_{eq} の同定

表3 解析ケース一覧表

P(kN)	E(kN/m ²)	D(m)
1, 5, 10	9028 (N=5)	0.6
25, 50, 75	15183 (N=10)	0.8
100	20579 (N=15)	1.0

影響係数 α_{eq} は、(11)式に示されているように、形状係数 I_p と地盤のポアソン比 ν から決定される基礎形式固有の値であると解釈される。例えば、図1に示されている正方形の剛体基礎の鉛直方向の安定照査を考える。正方形基礎の場合、形状係数 I_p は0.88である¹⁵⁾から $\nu=0.5$ とすると α_{eq} は以下の様に計算できる。

$$\alpha_{eq} = \frac{1}{I_p (1-\nu^2)} = 1.52 \quad (33)$$

すなわち、矩形基礎、円形基礎の鉛直载荷問題など、荷重-変位関係の弾性解が導かれている場合については、特別な検討をせずに計算することができる。

これに対して、杭の水平方向の安定照査の場合には、地盤に作用する地盤反力度 (荷重度) p と形状係数 I_p が不明である。従って、杭基礎を模擬した3次元弾性有限要素法を用いて、形状係数 I_p を同定することとする。

解析領域とメッシュ分割を図8に示す。地盤はソリッド要素、杭体はシェル要素でモデル化し、周辺地盤との接点は共有させ、境界部にジョイント要素等は設けていない。これは、ブシ

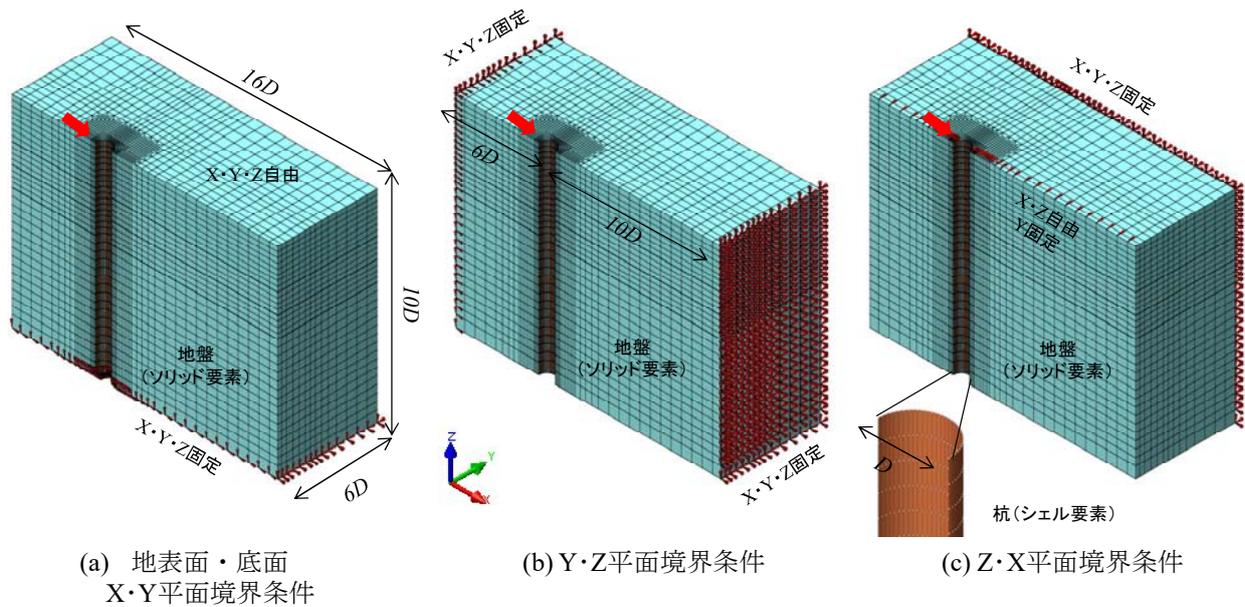


図8 3次元有限要素法モデル

ネスク解でも基礎周辺の地盤の引張りは許容しており、同様の仮定に基づいている。杭周辺部ではメッシュサイズを小さくし、大凡0.05m程度となるように設定した。

解析ケースは表1の通りである。載荷する荷重 P は1から100(kN)まで段階的に載荷し、杭径(載荷幅) D は0.6, 0.8, 1.0mの3ケースとしている。杭径の範囲は、杭の水平載荷試験データにおける杭径の範囲から設定した。地盤は弾性体でモデル化し、ヤング率は9000, 15200, 20600(kN/m²)とした。これは、著者らの研究¹³⁾が提案する砂質土の地盤変形係数のN値推定式より算定したもので、N値が5, 10, 15に相当する値である。

地盤材料の地盤のポアソン比は0.33とした。先に述べた通り、地盤変形係数は地盤のポアソン比 $\nu=0.50$ を仮定した場合の等価ヤング率であると解釈できる。従って、地盤変形係数の概念と同様の条件を与えるため、 $\nu=0.499$ などを与えて非圧縮性の問題を解くことも考えられるが、先に示した程度のメッシュ分割では弾性解の近似精度が乏しいため、便宜的に上記の値を与えた。この解析は、形状係数 I_p を同定することに主眼を置くことすれば、ポアソン比はいずれの値でも良いことになる。杭の材質は鋼を想定し、ヤング率は 2.0×10^8 (kN/m²) を与え、ポアソン比は0.30とした。

図8には境界条件が示されている。解析領域の底面は、X・Y・Z方向固定、地表面はX・Y・Z

方向自由としている。Y・Z平面の境界条件も同様にX・Y・Z方向固定、Z・X平面は、杭側は対称性をモデル化するためZ・X方向自由、Y方向固定とし、地盤側がX・Y・Z方向固定とした。

また、杭頭部については、杭頭自由 (Free) と杭頭固定 (Fix) の2つの境界条件を設定している。杭頭自由の場合には、X・Y・Z方向を自由とし、杭頭固定の場合には、X・Y・Zの回転とY方向を固定した。なお、杭頭の突出はないモデルとしている。

図9は、解析結果を示した図である。杭径 $D=600$ mm, 800mm, 1000mmの場合について、杭頭荷重 P (kN) と杭頭変位 δ (mm) の関係を示している。図には、表1の解析ケース全ての結果を示し、杭頭自由 (Free) を○、杭頭固定 (Fix) を▲で示している。地盤に与えたヤング率が同じケースを線をつないでいる。弾性解析を行っているので、載荷荷重 P (kN) と杭頭変位は線形関係にあり、この傾きが K となる。

この傾き K の理論解は、(20)式、(21)式から計算することができる。杭頭荷重 P の作用高が0 (杭の突出がない) の場合を考えると、杭頭自由 (Free)、杭頭固定 (Fix) それぞれ、下式となる。

$$K = P / \delta = 2EI\beta^3 \quad (34)$$

$$K = P / \delta = 4EI\beta^3 \quad (35)$$

有限要素法解析より得られた K をこの式に代入することにより、各ケースの特性値 β を求め

ることができる。図11は、杭を模擬した弾性床上の梁の模式図を示している。

基礎の設計計算では、下式に示される換算荷重幅 B_H という概念が導入され、地盤反力係数が設定される。

$$B_H = \sqrt{D/\beta} \quad (36)$$

杭頭に荷重された荷重 P は、水平抵抗の支配部分 $1/\beta$ の範囲で抵抗して反力が得られるとの仮定に基づいている。ここでは、設計計算モデルと同様の仮定に基づいて、疑似的な地盤反力度(荷重度)を p^* とおき、下式により算出する。

$$p^* = \frac{P}{B_H^2} = \frac{P}{D/\beta} \quad (37)$$

p^* を(12)式へ代入すると下式が得られる。

$$\frac{p^*}{E_{eq}} = \alpha'_{eq} \frac{\delta}{D} \quad (38)$$

以上より、 p^* を変形係数 E_{eq} (有限要素法に代入したヤング率)で正規化した値と、基礎の変位率($y = \delta/D$)の関係を解析結果から分析することで、杭の水平変位問題における影響係数ならびに形状係数が同定できる。

ここで、 α_{eq} としたのは、解析の都合上、地盤のポアソン比を $\nu=0.33$ を仮定しているためである。地盤変形係数の仮定($\nu=0.50$)とは異なるので α_{eq} と別な指標で表示している。

図10は、図9の縦軸を上記の指標で置き換えた図である。この図から分かる通り、 α_{eq} は、地盤の変形係数の大きさや杭頭の拘束条件によらず、一定値となることが分かる。有限要素法で仮定したポアソン比 $\nu=0.33$ の場合において α_{eq} は0.70程度であることが分かった。これより、(11)式を用いて、対象問題における形状係数は(12)式のように算出される。この値は、先に示した矩形剛体基礎の鉛直荷重問題における $m=4$ ($m=L/B$, L : 荷重面の奥行長, B : 荷重面の幅)における形状係数 $I_p=1.60$ と一致するのは興味深い。杭の水平変位時の主たる地盤の抵抗範囲 $1/\beta$ が平均的に $4D$ の範囲であることと整合する結果である。

$$I_p = \frac{1}{\alpha'_{eq}(1-\nu^2)} = \frac{1}{0.70(1-0.33^2)} = 1.60 \quad (39)$$

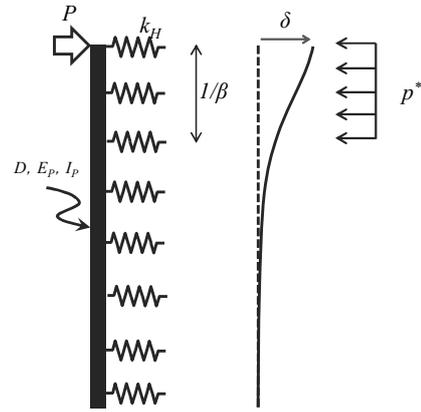


図11 杭基礎を模擬した弾性床上の梁の模式図

改めて、得られた形状係数 $I_p=1.60$ とポアソン比 $\nu=0.50$ を(11)式に代入することにより、地盤変形係数と同様の仮定に基づく影響係数を得た。

$$\alpha_{eq} = \frac{1}{I_p(1-\nu^2)} = \frac{1}{1.60(1-0.5^2)} = 0.83 \quad (40)$$

(3) 地盤反力係数推定式の一般化

上記の検討から、影響係数 $\alpha_{eq}=0.83$ 、等価近似係数 $\omega=3.1$ となるので、杭の水平変位照査における地盤のひずみレベル(地盤の軸ひずみ)と基礎の変位レベル(構造物変位率)は以下の関係にあることが分かった。

$$\varepsilon_{eq} = 0.10 y_{eq} \quad (= (1/\omega)^2 y_{eq}) \quad (41)$$

杭の水平変位照査では、地盤の等価軸ひずみ ε_{eq} は、構造物変位率 y_{eq} の1/10倍の関係にある。例えば、着目する構造物変位率 $y_{eq}=y_I=0.01(1\%)$ の場合には、地盤の軸ひずみは $\varepsilon_{eq}=0.001(0.1\%)$ となり、基準軸ひずみ $\varepsilon_I=0.01(1\%)$ に対応する構造物変位率は0.10(10%)に相当することが分かった。

そして、この関係が分かれば、(26)式の地盤反力係数の推定式は、下記のように一般化できる。

$$k_{eq} = \alpha_{eq} \frac{E_{eq}}{D} \quad (42)$$

$$\text{where } \alpha_{eq} = 0.83, E_{eq} = E_1 (\varepsilon_{eq} / \varepsilon_1)^{-1/2}$$

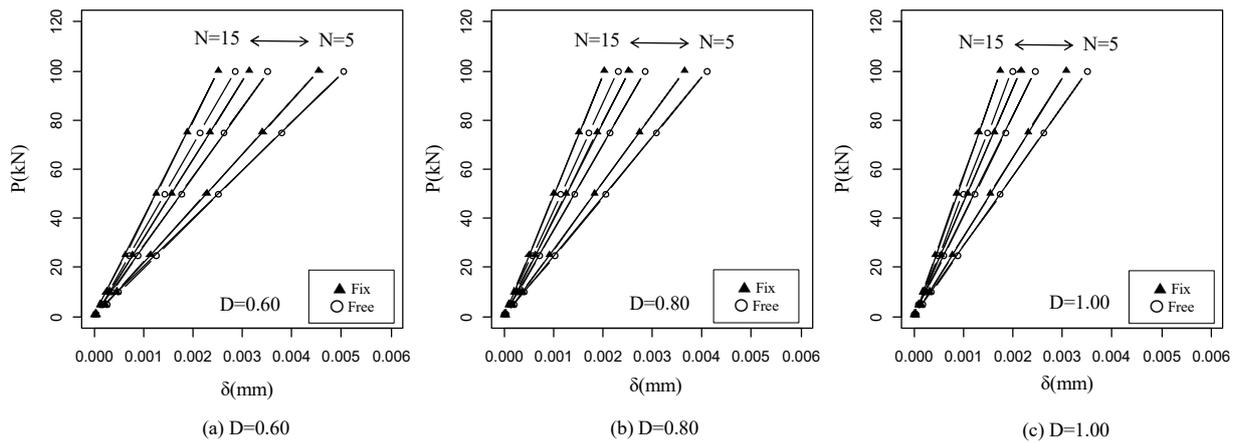


図9 基礎設計における荷重 P 、荷重度 p 、変位 δ 、ひずみ ε 関係
 (a) 載荷試験の割線勾配 K , (b) 地盤反力係数 k , (c) 地盤の変形係数 E_{eq}

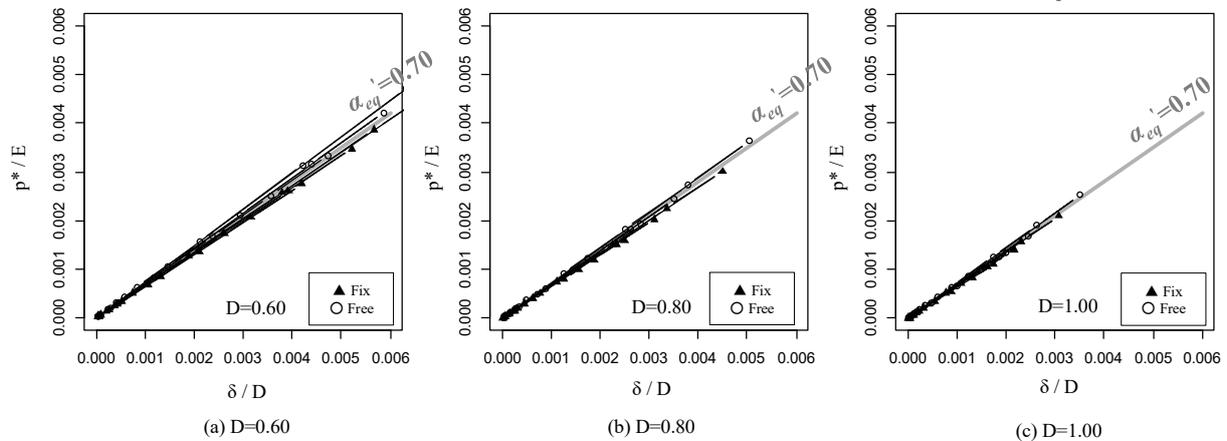


図10 基礎設計における荷重 P 、荷重度 p 、変位 δ 、ひずみ ε 関係
 (a) 載荷試験の割線勾配 K , (b) 地盤反力係数 k , (c) 地盤の変形係数 E_{eq}

すなわち、地盤のひずみレベルと基礎の変位レベルの関係が明確になったため、着目する基礎の変位レベルに応じてひずみレベルを調整した地盤変形係数を用いることで、弾性論から導かれた地盤反力係数の推定式 ((13)式) により地盤反力係数の推定が行える。設計者は、着目する基礎の変位レベルと地盤のひずみレベルを意識することになり、等価線形解析の適用性について考察することができる。例えば、ピーク強度を超えるようなひずみレベルまで等価線形解析を適用することは現実的ではない。着目する基礎の変位レベルと地盤のひずみレベルの関係を確認できることは、上記のような判断を容易に行うことができるであろう。また、地盤のひずみレベルを意識した設計は、設計計算における地盤調査の位置づけを強くし、工学

的判断が生きる設計方法となると考えられる。表E-1、図E-1に示された水平載荷試験現場のNo1サイトを例に(41)式、(42)式に基づいた地盤反力係数の設定手順を示す。表4は、載荷試験現場No1における標準貫入試験のN値とN値から推定された深度別の地盤変形係数、地盤反力係数が整理されている。対象現場の土質区分は全て砂質土に分類されるため、(24)式により計算された基準地盤変形係数 E_I と構造物変位率 $y_{eq}=0.01(1\%)$ を着目変位率とした場合の地盤反力係数 E_{eq} ($\varepsilon_{eq}=0.001(0.1\%)$) と地盤反力係数 k_{eq} ($=k_I$) が示されている。試験杭は打込み鋼管杭であり、杭径 $D=0.60\text{m}$ 、杭長 $L=45\text{m}$ である。水平荷重 P は、地表面から 0.24m 上方に載荷され、 $h=0.24\text{m}$ の突出部がある。

図12(a)は、軸ひずみ ε_{eq} と着目する構造物変位率 y_{eq} の関係が示されている。(41)にあるように両者は比例関係にある。さらに、 $Depth=1m$ におけるN値(=15)から(24)式より E_I を計算し、(14)式より着目変位率 y_{eq} に対応した等価地盤変形係数 E_{eq} を計算すると図12(b)が得られ、(42)式から地盤反力係数 k_{eq} を計算すると図12(c)が得られる。

ここで、基準変形係数 E_I と構造物変位率 $y_{eq}=y_I=0.01(1\%)$ に対応した地盤版系係数 E_{eq} の比に着目すると3.1倍(= ω)の関係になる(図2)。吉中(1967)³⁾は、(3)式に示されているように、室内試験で得られる E_{50} に対して平板载荷試験の勾配に対応した地盤変形係数は3~4倍であるとされており、同程度の倍率関係にある点は興味深い。

図12(d)は、着目する構造物変位率毎に地盤変形係数を変化させて、杭頭の荷重 P と構造物変位率 y_{eq} 関係を描いた。この図には、この現場で実施された水平载荷試験結果が Δ プロットで併記されている。この载荷試験では、構造物変位率 $y_{eq}=0.08(8\%)$ 程度まで計測されている。本研究では、着目構造物変位率1%, 2%, 3.5%に対して、36の水平载荷試験結果から逆算した地盤反力係数を目的変数として、回帰分析により地盤反力係数の推定式を導いた。

外挿推定となるが、構造物変位率0.08(8%)程度までの計測結果を適切に推定していることが分かる。基礎の構造物変位率が0.10(10%)の場合、地盤の軸ひずみは0.01(1%)であり、三軸圧縮試験の E_{50} 程度のひずみとなる。従って、本研究で提案する地盤反力係数は、この程度の変位レベルまで適用できる可能性がある。

現行式(SHB2012)は、構造物変位率 $y_{eq}=0.01(1\%)$ に対応する地盤反力係数 k_I の推定式であると考え、(15)式を用いて構造物変位率に応じた補正を行うことで P - y_{eq} 曲線を描いている。

図の右上には、それぞれの载荷試験現場の土質区分を示している。多くが粘性土と砂質土層の互層であるが、粘性土が主体の現場を「C」、砂質土主体の現場を「S」と記載している。全般的にみて、現行式(SHB2012)に比べて、本研究で提案した推定結果は、载荷試験結果を良く説明していることが読み取れる。特に、粘性土主体の現場で、現行式(SHB2012)は载荷試験結果と乖離する傾向があるが、本研究の提案モデルは粘性土主体の現場においても再現性が高いことが読み取れる。

本章では、回帰分析により得られた回帰係数

表4 構造物変位率1%に対応する等価変形係数と地盤反力係数(载荷試験現場No1)

Depth (m)	SPT-N	E_I (kN/m ²)	E_{eq} $y_{eq}=1\%$ (kN/m ²)	$k_{eq}=k_I$ $y_{eq}=1\%$ (kN/m ³)	Soil Type
1	15	7299	23080	32312	Sand
2	16	10776	34076	47706	Sand
3	9	8993	28438	39714	Sand
4	9	10384	32838	45973	Sand
5	11	13272	41969	58757	Sand

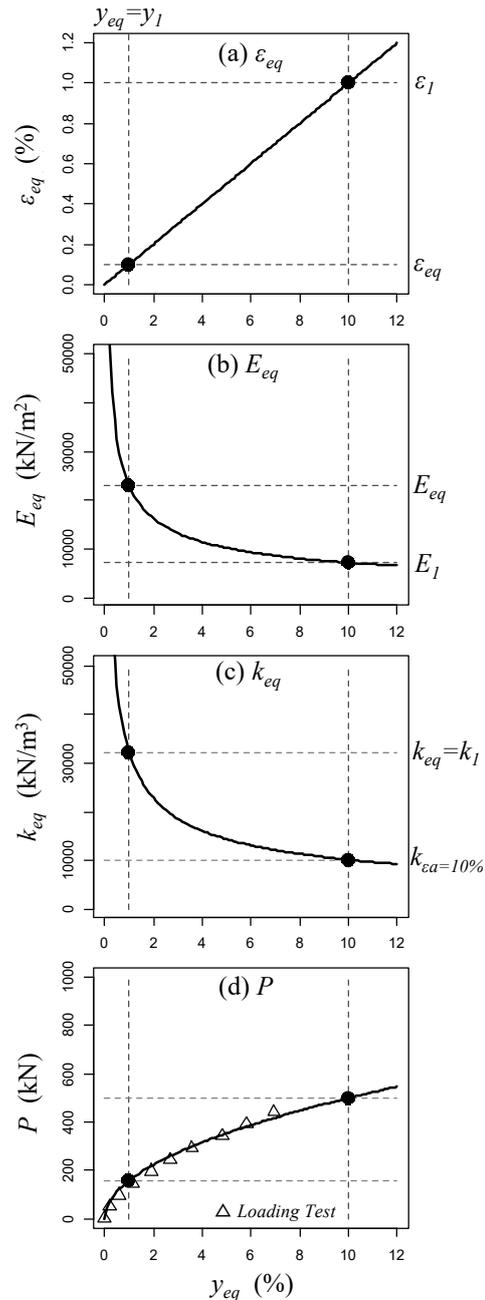


図12 载荷試験現場No1におけるフレーム計算結果
軸ひずみ ε_{eq} 、地盤変形係数 E_{eq} 、地盤反力係数 k_{eq} 、
杭頭水平荷重 P と構造物変位率 y_{eq} の関係

の物理的な意味について考察を加えることにより、基礎の構造物変位率と地盤のひずみとの関係を定量化できることを示した。基礎の幾何形状や載荷条件から決まる影響係数 α_{eq} と地盤のひずみレベルの補正 ω を分離することにより、より汎用性の高い地盤反力係数の導出方法を提示した。

第4章の参考文献

- 1) Honjo : Challenges in Geotechnical Reliability Based Design, Geotechnical Safety and Risk, N.Vogt et al. ed., pp.11-27, 2012.
- 2) 本城勇介, 大竹雄 : 簡易な地盤構造物の信頼性解析法の開発と浅い基礎への適用, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.70, No.4, pp.372-386, 2014.
- 3) 吉中竜之進 : 地盤反力係数とその載荷幅による補正, 土木研究所資料, 第299号, 1967.
- 4) Yoshida, I. and Yoshinaka, R.: A Method to Estimate Modulus of Horizontal Subgrade Reaction for a Pile, Soil and Foundations, Vol.12, No.3, pp.1-17, 1972.
- 5) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 IV 下部構造編, 丸善出版, 2012.
- 6) 西岡英俊, 安西綾子, 神田政幸, 館山勝 : 地盤調査法に応じた地盤変形係数および地盤反力係数の算定法, 鉄道総研報告, Vol.7, No.24, pp.11-16, 2010.
- 7) 西岡英俊, 神田政幸, 室野剛隆, 棚村史郎 : 地盤変形係数に用いる補正係数と地盤調査法の関係, 土木学会全国大会大 57 回年次学術講演会, pp.1359-1360, 2002.
- 8) 鉄道総合技術研究所編 : 鉄道構造物等設計標準・同解説 基礎構造物, 丸善出版, 2012.
- 9) 篠原登美雄, 久保浩一 : 杭の横抵抗に関する実験的研究 (その 1) 垂直自由端単杭の横抵抗, 運輸技術研究所報告, 第11巻, 第6号, 1961.
- 10) 緒方辰男, 倉知禎直, 古関潤一 : 地盤変形特性の応力・ひずみレベル依存性を考慮した水平方向地盤反力係数の載荷幅依存性, 土木学会論文集, No. 631/III-48, pp. 371-381, 1999.
- 11) 国土交通省港湾局監修 : 港湾の施設の技術上の基準・同解説, 日本港湾協会, 2007.
- 12) 中谷昌一, 白戸真大, 河野哲也, 中村祐二, 野村朋之, 横幕清, 井落久貴 : 性能規定体系における道路橋基礎の安定照査法に関する研究, 土木研究所資料, 第4136号, 2009.
- 13) 山崎周, 大竹雄, 本城勇介, 七澤利明, 河野哲也 : 地盤調査法とひずみレベルを考慮した変形係数の推定方法の開発, 第33回土木学会関東支部新潟会研究調査発表会, P222-223, 2015.
- 14) Poulos, H. G. and Davis, E. H.: Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics, John Wiley and Sons Inc., 1973.
- 15) 松岡元 : 基礎土工学シリーズ 15 土質力学, 森北出版, 2009.
- 16) 日本道路協会 : 杭基礎設計便覧, 2015.

第5章 抵抗係数設定方法の開発

5.1 MCS を用いた信頼性解析

信頼性解析は、確率論を用いて行われる。確率論は、不確実性を定量的に取り扱う非常にすぐれた理論的なツールである一方、一般の技術者には慣れ親しみが薄く、一見難解な印象を与え、十分普及しているとは言えない。

信頼性レベルの計算では、一つ一つの確率変数が「ある確率分布に従って値が生起する変数」であるという性質上、一回の加減乗除にそれぞれ一回の積分を伴うという事情により、正確に確率計算を進めようとする、非常に高次元の重積分を計算することとなり、容易でない。信頼性解析理論の発展は、この煩雑な計算を少しでも回避し、かつできる限り正確な近似解法を工夫することの歴史であると言えなくもない。一般の信頼性解析の文献で解説される、FOSM, FORM, SORMなどは、すべてこの観点で整理できる^{1), 2)}。しかし最近では、計算機の能力の大幅な向上、乱数生成理論の革新、非常にユーザーフレンドリーな統計解析言語の普及により、これらの確率計算はほとんどモンテカルロ・シミュレーション(MCS)で行われる。

モンテカルロ・シミュレーション(MCS)は、確率変数の加減乗除を、近似的に実行するための一つの方法である。計算機を使わなければならないが、これは今日大きな制約ではない。一方で、具体的には決定論的な計算を繰り返すだけなので、確率論に精通していない一般の技術者にも、実行は容易であるし、直感的理解も得られやすい。最近では、非常に優れた統計解析用言語も簡単に入手でき、使い勝手も大変良くなっている。以上が MCS を、確率計算の主要

なツールとしてここに取り上げる理由である。

通常の MCS では、破壊確率 P_F の計算は、数学的には次のように記述される。

$$P_F = \int I[g(x) \leq 0] f_X(x) dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x_i) \leq 0] = \frac{N_F}{N}$$

ただし、 x_i は、 $f_X(x)$ に基づいて生成された乱数

ここに、 N : 生成されたサンプルの総数、 N_F : 破壊域に生成されたサンプル数、

$I[u]$: インディケータ関数で、

$$I[u] = \begin{cases} 0 & (u > 0) \\ 1 & (u \leq 0) \end{cases}$$

$g(x)$: 性能関数

具体的には、MCS は次の手順で行われる。

Step 1 分布に従ったサンプルの生成: 与えられた照査式に含まれるすべての確率変数のサンプル (= 実現値) の組を、それぞれの確率分布に従った頻度で生成する。数万から数百万組の、サンプルの生成は普通である。

Step 2 発生されたサンプルによる、所与の計算の実施: 生成されたサンプルを用いて、与えられた演算式を計算し、その結果を得る。生成された確率変数のサンプルの組数に 応じた数の計算結果のサンプル値が得られる。

Step 3 計算結果の集計, 分布形やそのパラメータ推定: 得られた演算結果の頻度分布を調べ、平均や分散を計算し、演算の結果を表す確率変数の性質を調べることにより、結果として得られる確率変数の性質を評価する。

破壊確率のように、非常に小さな発現確率を持つ事象の MCS を効率的に行う、代表的な方法に重点サンプリング法があり、数学的には次のように記述される。

$$P_f = \int I[g(x) \leq 0] f_X(x) dx = \int I[g(x) \leq 0] \frac{f_X(x)}{h_X(x)} h_X(x) dx$$

$$\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x_i) \leq 0] \frac{f_X(x_i)}{h_X(x_i)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N_f} \frac{f_X(x_j)}{h_X(x_j)}$$

ただし、 x_i は、 $h_X(x)$ に基づいて生成された乱数。
また j は、破壊域に生成されたサンプル点に振られた番号。

重点サンプリング法の基本的な考え方は、上式に示されているように、元々の確率密度関数、 $f_X(x)$ に基づいてサンプルを生成するのではなく、破壊する領域で多くの生成点が生じるサンプリング関数 $h_X(x)$ に基づいてサンプルを生成すること、そしてそのとき破壊領域で生成された点の重みは、通常の MCS のように 1 ではなく、 $f_X(x)/h_X(x)$ である。

つまり、次のような特徴と留意点がある。

- (1) $h_X(x)$ の中心（平均）を、例えば設計点におけば、生成されたサンプル点の半分は破壊域に生成され、効率の良い MCS が可能である。
- (2) 個々の生成される点の重みは 1 ではなく、 $f_X(x)/h_X(x)$ である。一般にこれは大変小さな値である。計算上、桁落ちに注意する必要がある場合がある。
- (3) $h_X(x)$ の分散は、もとの密度関数と同等か、それ以上を取る方が経験的に正確に計算できる。
- (4) 従来、設計点の探索が困難とされてきたが、これを尤度を求めることでうまく探索できる。

例題として、次の外力 2 項目、抵抗 2 項目よりなる性能関数を考える。

$$M = R_1 + R_2 - S_1 - S_2$$

この性能関数は、正規変数の線形結合であるので、正解は容易に解析的に計算でき、破壊確率 $P_f=0.0013$ 、信頼性指標 $\beta=3.00$ である。この程度の破壊確率を推定するには、通常 10 万個程度のサンプル数が必要である。

図 5.1 に、横軸に抵抗の合計値、縦軸に外力の合計値をとった、重点サンプリングの結果を示す。第 1 回目（黒い点）は、所要の確率密度関数に従った通常のモンテカルロシミュレーションを行い、第 2 回目（赤い点）は、1 回目で破壊した点の中で、もっとも尤度の高い点を中心点としてサンプル関数を設定して重点サンプリングを行った結果、さらに 3 回目（緑の点）は、2 回目で求められた設計点を中心に実施した重

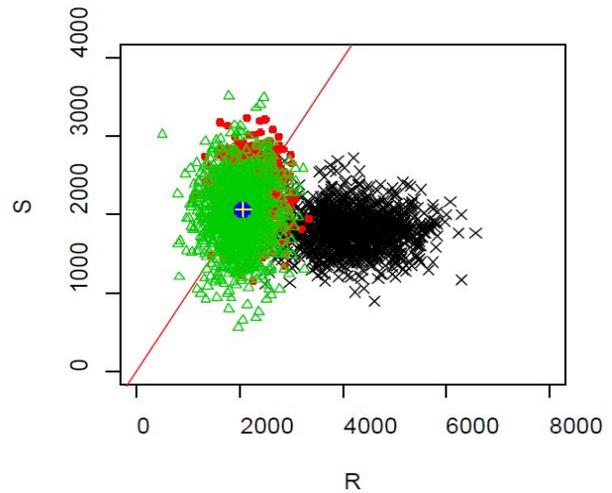


図 5.1 例題の重点サンプリング結果

点サンプリングの結果である。1 回のサンプル数は 1000 個であり、合計 3000 個のサンプルを抽出している。この場合の解は、 $P_f=0.00129$ 、 $\beta=3.01$ であった。

5.2 MCS による部分係数の決定方法

MCS と設計値法 (DVM) を組み合わせた方法により部分係数の決定を行う。この方法では、まず、各基本変数を適当な確率分布に基づいて発生させ、当該構造物の破壊確率を求めると共に、設計点を求める。そして、設計値法の本来の定義に従い、設計点における外力と抵抗の値と、それぞれの特性値との比を取ることにより、荷重・抵抗係数がそれぞれに求められる。MCS には、計算の実行における容易さ、計算手順と結果解釈の分かりやすさといった利点があり、MCS と DVM のそれぞれの利点を組み合わせた方法であると言える。

ここでは、荷重抵抗係数法型の照査式を採用し、基本変数の中に非正規分布に従う確率変数がある場合について、荷重及び抵抗係数の決定手順を説明する。まず、照査式は次式を考える。

$$\sum_j \gamma_{S_j} S_j(x_{k_1}, \dots, x_{k_n}) \leq \sum_i \gamma_{R_i} R_i(x_{k_1}, \dots, x_{k_n})$$

ここに、 S は各種の荷重項、 R はいくつかの塊にまとめられた抵抗項である。設計に用いられる基本変数は x で表わされ、 S や R は x の関数となっている。また、特性値の場合は、下付き文字で k と表わしている。荷重及び抵抗係数は、このような塊に乗じることで必要な安全性余裕 M を確保する型式である。

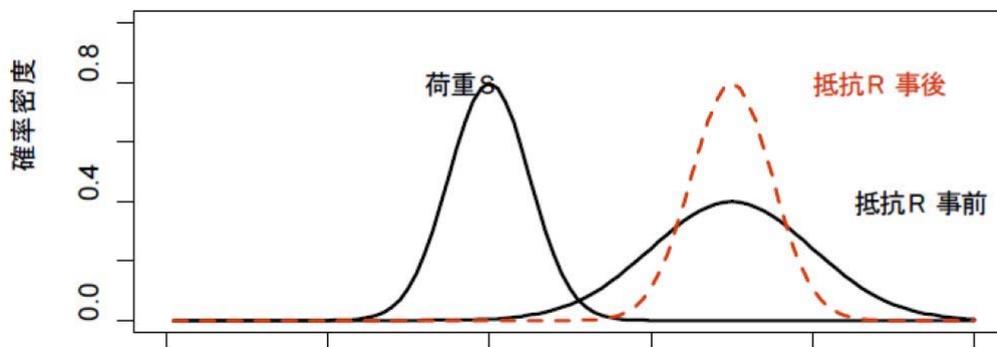


図 5.2 抵抗の分散が低減した場合の概念図

次に、荷重及び抵抗係数の決定手順を記述すると、次の通りである。

STEP1：基本変数のサンプル値生成

性能関数に含まれる基本変数 x_1, \dots, x_n を、それぞれの従う確率分布に従って生成する。各荷重項 $S_j(x_1, \dots, x_n)$ と各抵抗項 $R_i(x_1, \dots, x_n)$ の値は、これらの生成したサンプル値により計算できる。

STEP2：性能関数の計算と、各荷重・抵抗項の記憶

計算された各荷重項・抵抗項の値をすべて記憶する。また、性能関数の値も計算し記憶する。Step.1 と Step.2 を必要回数繰り返す。

STEP3：設計点の探索

限界状態線上付近 ($M=0$ 付近) における各荷重項・抵抗項の値を抽出し、それらの各荷重項・抵抗項の従う分布に基づき、サンプル値の対数尤度を求めることで設計点を推定する。実際には、限界状態面上か、破壊域にある生成点の内、尤度最大のものを選べば、それが設計点 (S^*, R^*) である。

荷重及び抵抗係数の算出する。

求められた設計点 (S^*, R^*) と、各基本変数の特性値を代入して得られた荷重値と抵抗値の特性値 (S_k, R_k) の比を取って、荷重・抵抗係数を計算する。

$$\gamma_S = \frac{S^*}{S_k}, \quad \gamma_R = \frac{R^*}{R_k}$$

なお、荷重項や抵抗項が複数になっても、基本的に方法は同じである。多くの言語で、最小値や最大値の探索は極めて早いので、このアルゴリズムの計算は一般に極めて速い。

5.3 情報更新後の部分係数

(1) 推定のバラツキ(標準偏差)が改善された場合

ここでは、荷重側の不確実性は変化せず、抵

抗側の不確実性が低減した場合の、抵抗係数の更新方法について考える。検討の前提条件を、次のように設定する。

- (1) 抵抗は確率変数で、その平均 μ_R 及び変動係数 V_R は既知とする。
- (2) 荷重は確率変数で、その平均 μ_S 及び変動係数 V_S は既知とする。
- (3) 荷重係数 γ_S は、所与とする。(例えば $\gamma_S=1.0$)。以上の条件の下で、目標信頼性指標 β_T を確保する抵抗係数 γ_R を決める。この状況を、概念的に示したのが、図 5.2 である。

このとき、次のようにして、抵抗係数を決めることができる。

$$\text{目標信頼性確保: } \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \geq \beta_T$$

$$\text{照査式: } \gamma_R \mu_R \geq \gamma_S \mu_S \quad \frac{\gamma_R}{\gamma_S} \geq \frac{\mu_S}{\mu_R}$$

$$\begin{aligned} \mu_R - \mu_S &\geq \beta_T \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \\ 1 - \frac{\mu_S}{\mu_R} &\geq \beta_T \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{\mu_R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_S \sigma_S}{\mu_R \mu_S}\right)^2} = \beta_T \sqrt{(V_R)^2 + \left(\frac{\mu_S}{\mu_R} V_S\right)^2} \\ 1 - \frac{\gamma_R}{\gamma_S} &\geq \beta_T \sqrt{V_R^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 V_S^2} \\ 1 - 2\frac{\gamma_R}{\gamma_S} + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 &\geq \beta_T^2 \left\{ V_R^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 V_S^2 \right\} \end{aligned}$$

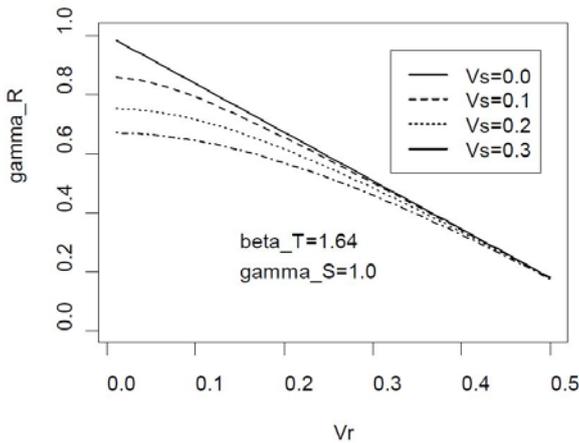


図 5.3 変動係数と抵抗係数の変化

$$1 - 2\left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right) + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 \geq \beta_T^2 \left\{ V_R^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 V_S^2 \right\}$$

$$(1 - \beta_T^2 V_S^2) \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 - 2\left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right) + (1 - \beta_T^2 V_R^2) \geq 0$$

この式を、 $\left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)$ に対する2次方程式と考えて解くと、

$$\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \geq \frac{1 - \sqrt{1 - (1 - \beta_T^2 V_S^2)(1 - \beta_T^2 V_R^2)}}{(1 - \beta_T^2 V_S^2)}$$

$$\gamma_R \geq \frac{1 - \sqrt{1 - (1 - \beta_T^2 V_S^2)(1 - \beta_T^2 V_R^2)}}{(1 - \beta_T^2 V_S^2)} \gamma_S$$

上式を元に、目標信頼性指標 $\beta_T=1.64$ として、荷重係数 $\gamma_S=1.0$ と固定し、荷重の変動係数 $V_S=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$ とパラメトリックに変化させ、このときの抵抗の変動係数 V_R を、0.0から0.5まで変化させたとき(横軸)、抵抗係数 γ_R がど

のように変化するか(縦軸)を見たのが、図5.3である。

図より分かるように、 V_R が大きい領域での抵抗係数の変化は大きい、特に荷重の変動係数 V_S が大きいとき、抵抗係数の V_R が小さい領域での変化は小さい。また、荷重の変動係数 V_S が大きいとき、抵抗係数の変化は小さい。

(2)推定の偏差とバラツキ(標準偏差)が改善された場合

この節では、荷重側の状況は変化しないが、抵抗側の偏差と標準偏差が改良された場合について考える。先の場合に比べ、抵抗側のバラツキが小さくなったばかりでなく、偏差も変わっている。

検討の前提条件を、次のように設定する。

- (1)抵抗は確率変数で、その平均 $\lambda_R \mu_R$ 及び変動係数 V_R は既知とする。
- (2)荷重は確率変数で、その平均 μ_S 及び変動係数 V_S は既知とする
- (3)荷重係数 γ_S は、所与とする。(例えば $\gamma_S=1.0$)。
- (4)目標信頼性指標 β_T を確保する

ここで、(3)式を変形して(4)式に代入する。

$$\lambda_R \mu_R - \mu_S \geq \beta_T \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

$$1 - \frac{\mu_S}{\lambda_R \mu_R} \geq \beta_T \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{\lambda_R \mu_R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_S \sigma_S}{\lambda_R \mu_R \mu_S}\right)^2} = \beta_T \sqrt{\left(\frac{V_R}{\lambda_R}\right)^2 + \left(\frac{\mu_S - V_S}{\lambda_R \mu_R}\right)^2}$$

$$1 - \frac{\gamma_R}{\gamma_S} \geq \beta_T \sqrt{\left(\frac{V_R}{\lambda_R}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 V_S^2}$$

$$1 - 2\frac{\gamma_R}{\gamma_S} + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 \geq \beta_T^2 \left\{ \left(\frac{V_R}{\lambda_R}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S}\right)^2 V_S^2 \right\}$$

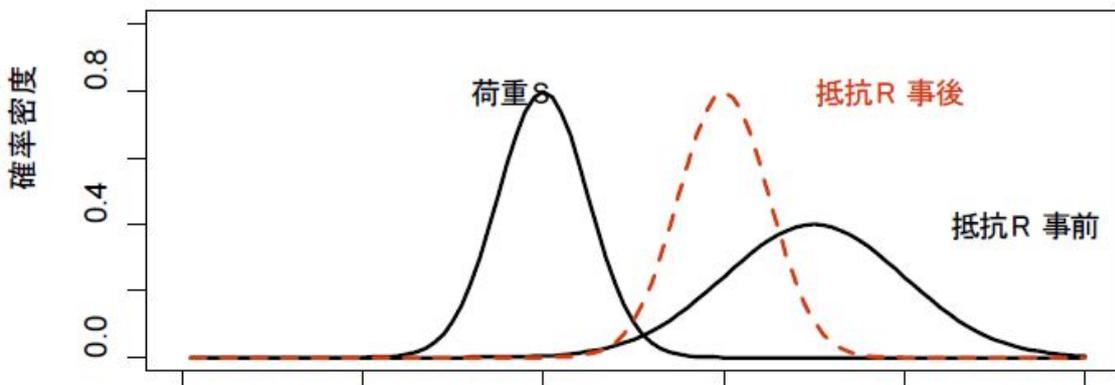


図 5.4 抵抗の平均値が変わり、分散が低減した場合の概念図

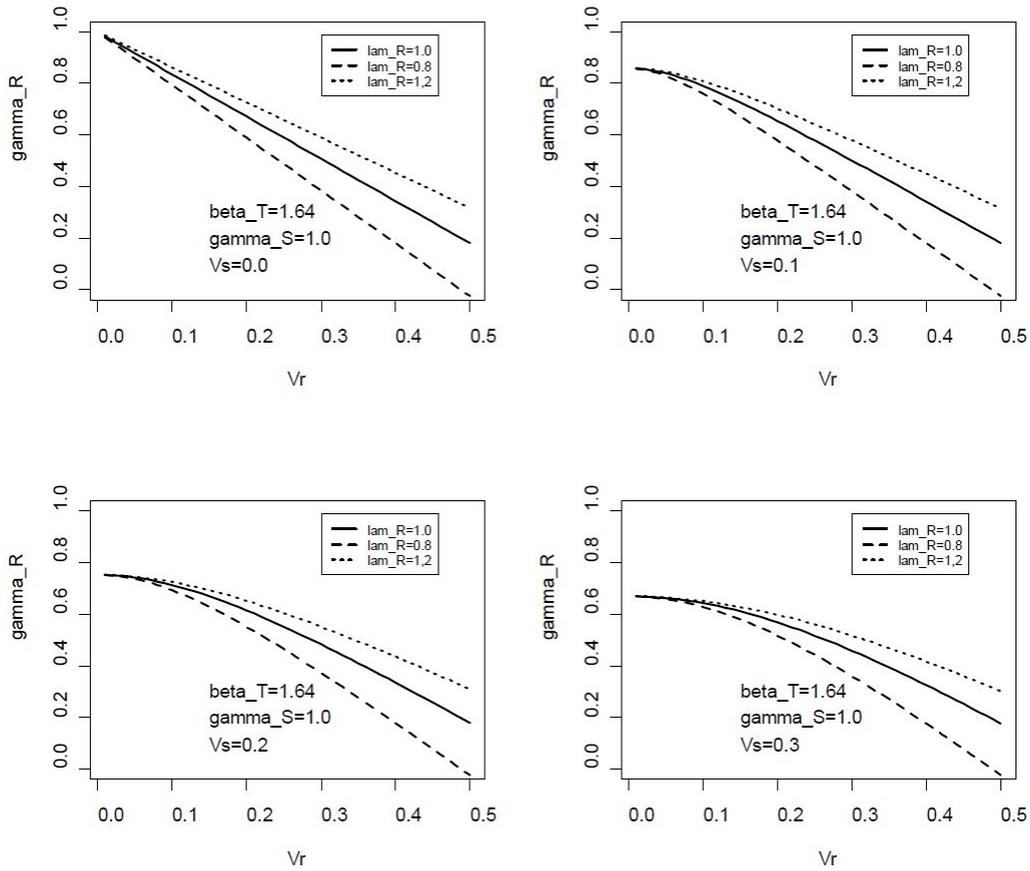


図 5.5 抵抗の平均値が変わり、分散が低減した場合の概念図

$$1 - 2 \frac{\gamma_R}{\gamma_S} + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \right)^2 \geq \beta_T^2 \left\{ \left(\frac{V_R}{\lambda_R} \right)^2 + \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \right)^2 V_S^2 \right\}$$

$$\left(1 - \beta_T^2 V_S^2 \right) \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \right)^2 - 2 \left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \right) + \left(1 - \beta_T^2 \left(\frac{V_R}{\lambda_R} \right)^2 \right) \geq 0$$

この式を、 $\left(\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \right)$ に対する2次方程式と考えると、

$$\frac{\gamma_R}{\gamma_S} \geq \frac{1 - \sqrt{1 - (1 - \beta_T^2 V_S^2) \left(1 - \beta_T^2 \left(\frac{V_R}{\lambda_R} \right)^2 \right)}}{(1 - \beta_T^2 V_S^2)}$$

$$\gamma_R \geq \frac{1 - \sqrt{1 - (1 - \beta_T^2 V_S^2) \left(1 - \beta_T^2 \left(\frac{V_R}{\lambda_R} \right)^2 \right)}}{(1 - \beta_T^2 V_S^2)} \gamma_S$$

以上の結果に基づき、若干のパラメトリック・スタディーを行った結果を図 5.5 に示した。目標信頼性指標 $\beta_T=1.64$ として、荷重係数 $\gamma_S=1.0$ と固定し、荷重の変動係数 $V_S=0.0, 0.1, 0.2, 0.3$ とパラメトリックに変化させ、このときの抵抗

の変動係数 V_R を、0.0 から 0.5 まで変化させたとき（横軸）、抵抗係数 γ_R がどのように変化するか（縦軸）を見たのが、図 5.5 である。平均値の変化 $\lambda_{\mu R}, 0.8, 1.0, 1.2$ の3つの場合について計算している。これより、次のことが言える。

- (1) 抵抗の変動係数が大きくなると、抵抗係数は低減する。
- (2) 平均値偏差の影響は比例的である。
- (3) 荷重の変動係数が大きくなると、抵抗係数の変化は小さくなる。

(3) ベイズ法による载荷試験結果による支持力評価の更新

ベイズ法では、その事象を支配する確率分布（のパラメータ）を、観測結果に基づいて、更新する。このとき、観測を得る前にあった確率分布を事前分布(Prior distribution)と言い、観測の結果更新された確率分布を事後分布(Posterior distribution)と言う。本節で扱うコンテキストで言えば、ある杭の支持力について、設計計算で得られる支持力とその不確実性（事前分布）を、载荷試験結果により更新し、より

信頼性の高い支持力の確率分布（事後分布）を得るプロセスを、数学的にモデル化できる。ここで、初期に得られる支持力とその不確実性は、その杭種についての過去の载荷試験データベース等より推定された、一般的な不確実性のことである。

記号を、次のように定義する。

x : 事象の結果。例えば杭の支持力。

θ : 事象の発生確率を支配する確率分布のパラメータ。平均や分散。

$f(x|\theta)$: θ の下での x の発生確率密度関数(PDF)(=データ分布)。

$f'(\theta)$: θ の事前確率密度関数(=事前分布)

$f''(\theta|x)$: x を観測した下での、 θ の事後確率密度関数(=事後分布)。

上記の定義の基で、確率分布のパラメータの事後分布は、ベイズの定理より次式で得られる。

$$f''(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x|\theta)f'(\theta)d\theta} \quad (1)$$

式(1)は、一つの観測値が与えられた場合であるが、複数の独立した観測値が与えられた場合のベイズ更新は、次式のようになる。

複数の独立な観測値 $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$ を得た場合の定式化

$$f''(\theta|\mathbf{x}) = \frac{\left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta) d\theta} = kL(\theta|\mathbf{x})f'(\theta)$$

ここに、

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta): \text{尤度関数}$$

$$k = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta) d\theta \right]^{-1}: \text{正規化係数}$$

ベイズ法による事前分布の事後分布への更新式は、数学的にかなり複雑であるが、事前分布とデータ分布にそれぞれある特定の確率密度関数を当てはめると、解析的に事後分布が求まる場合がある。このような事前分布とデータ分布の組合せを共役対(conjugate pair)と言う。そのもっとも代表的な例は、分散既知の正規分布の平均値の推定を行う場合で、次のようになる。

事前分布: $\mu_\mu \square N(\mu'_\mu, \sigma'^2_\mu)$

データ分布: $f(x_i|\mu_\mu) \square N(\mu_\mu, \sigma^2_{x^2})$ ここに、 $(i=1, \dots, n)$ σ_{x^2} 既知

事後分布: $\mu_\mu \square N(\mu''_\mu, \sigma''^2_\mu)$

$$= N \left(\frac{\mu'_\mu \left(\frac{\sigma_{x^2}}{n} \right) + \bar{x} \sigma'^2_\mu \left(\frac{\sigma_{x^2}}{n} \right) \cdot \sigma'^2_\mu}{\frac{\sigma_{x^2}}{n} + \sigma'^2_\mu}, \left(\frac{\sigma_{x^2}}{n} \right) + \sigma'^2_\mu \right)$$

MCSによるベイズの更新は、事前分布から事後分布のデータ分布による更新を、共役分布を

用いて解析的に行うのではなく、MCSにより実施するものである。共役分布を用いる方法は、簡便であるが、各分布は、共役分布として与えられている分布に制限される。これに対して、MCSによる方法は、多少の手間を要するが、このような制約からは解放される。

ベイズの定理をここに再記する。

$$f''(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x|\theta)f'(\theta)d\theta}$$

上式は、一つの観測値が与えられた場合であるが、複数の独立した観測値が与えられた場合のベイズ更新は、次式のようになる。

複数の独立な観測値 $\mathbf{x}=(x_1, \dots, x_n)$ を得た場合の定式化

$$f''(\theta|\mathbf{x}) = \frac{\left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta) d\theta} = kL(\theta|\mathbf{x})f'(\theta)$$

ここに、

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta): \text{尤度関数}$$

$$k = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\prod_{i=1}^n f(x_i|\theta) \right] f'(\theta) d\theta \right]^{-1}: \text{正規化係数}$$

このとき、このサイトにおける杭の極限支持力の平均値は、MCSを用いて、次の手順により更新される：

Step 1: 事前分布に基づく平均値の θ 生成: $\theta'_i \square f'(\theta)$ ただし、 $i=1, \dots, n$.

Step 2: 生成された θ'_i に基づく尤度の計算: $\ell_i = \prod_{j=1}^m f(x_j|\theta'_i)$ ただし、 $i=1, \dots, n$.

Step 3: 正規化定数 K の計算: $K = \sum_{i=1}^n \ell_i$

Step 4: 事後分布の平均値の計算: $\mu_{\sigma'} = \sum_{i=1}^n \theta'_i \frac{\ell_i}{K}$

Step 5: 事後分布の標準偏差値の計算: $\sigma_{\sigma'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\theta'_i - \mu_{\sigma'})^2 \frac{\ell_i}{K}}{n}}$

5.4 試験数に応じた抵抗係数設定

統計理論に準拠する方法は、統計学の知識を前提として論じられ、一般の技術者に必ずしも分かりやすいとは言えない。また最近の統計学の傾向として、高度な数学を要する確率分布の拘束を離れ、データと MCS を中心とする計算だけで統計学を組み立てる考え方も台頭している。例えばブートストラップ法等がその代表例である²。

ここでも、MCS を用いることにより、試験を行い、モデル化誤差を定量化し、これに基づいて抵抗係数を設定するという行為をシミュレーションすることにより、試験数に応じた抵抗係数の設定の問題について考察し、最終的には試験数に応じた抵抗係数の設定方法の提案に至りたい。

ここで想定している典型的な問題としては、新たに杭工法が提案されたとき、何本程度の載荷試験を行ってこの新種の杭の抵抗係数を決定したらよいかと言う問題である。杭の載荷試験では、載荷試験が実施されるその地点で地盤調査が行われていると仮定し、設計計算式により計算される支持力と、実測される支持力の差は、設計計算式のモデル化誤差として信頼性解析に導入される。この場合、モデル化誤差は次式により定義される。

$$(\text{モデル化誤差}) = (\text{実測された支持力}) / (\text{設計計算式による推定支持力})$$

このために、次のようなステップを踏んだ MCS を実施し、試験数に応じて設定される抵抗係数の信頼性（真の信頼性係数に対して、どの程度の隔たりのある可能性があるかを定量化）を求め、この信頼性に基づいた抵抗係数の設定を考える。

以上の考え方に基づく MCS の手順は、次の通りである。

ステップ1 (基本仮定)： 抵抗係数は、設計値法に基づき、次式で計算する。

$$\gamma_R = \frac{\mu_R}{R_k} (1 + \alpha_R \beta_T COV_R)$$

ここに、 γ_R ：抵抗係数、 μ_R ：抵抗値の真の平均値、 R_k ：抵抗値の真の特性値、 α_R ：抵抗値の感度係数、 β_T ：目標信頼性指標、 COV_R ：抵抗値の変動係数。簡単のため、抵抗

値の特性値は、その平均値と一致させるとする。すなわち、 $\mu_R = R_k$ である。さらに、一般性を失うことなく、感度係数と目標信頼性指標は所与であるとする。

試験数の抵抗係数の影響を見る問題は、 μ_R （抵抗値の真の平均値）と、 COV_R （抵抗値の変動係数）が未知であるとき、これらを n 個の試験の結果により推定し、抵抗係数を設定する問題を考えればよい。このとき設定される抵抗係数が、真の抵抗係数に対してどの程度の隔たりのあるかを見ることにより、抵抗係数設定の信頼性に関する試験数の影響を見ることが出来る。以上の過程を、MCS により実施し、信頼性を評価する。

ステップ2 (諸パラメータ値の設定)： 例えば次のように仮定する。（これらの仮定は変更可能であり、多くのケースを計算して、得られた知見の一般性を検討する。）

$\mu_R / R_k = 1.0$, $\alpha_R = -0.7$, $\beta_T = 1.64$ ($P_F = 0.05$ に対応)と仮定する。

また、抵抗 R は、抵抗値の真の平均値 $\mu_R = 1.0$ 、抵抗値の変動係数 $COV_R = 0.3$ の、正規分布に従うと仮定する。試験数 n は、2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 50, 100 と変化させる。

ステップ3 (MCS の実行)： n 個の試験値を、正規分布 $N(\mu_R, COV_R^2) = N(1.0, 0.3^2)$ に従って生成する。これを (x_1, x_2, \dots, x_n) とする。これより R の平均値と変動係数を次式により推定する。

$$\hat{\mu}_R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \hat{\sigma}_R = \frac{1}{n-1} \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}_R)^2} \quad \hat{COV}_R = \frac{\hat{\sigma}_R}{\hat{\mu}_R}$$

これより、抵抗係数は次式より求められる（先に定義した抵抗側感度係数 α_R は、負であることに注意）。

$$\hat{\gamma}_R = 1 + \alpha_R \beta_T \hat{COV}_R$$

ステップ4： ステップ3を N 回（例えば一万回）繰り返し、 N 個の抵抗係数 $(\hat{\gamma}_{R1}, \hat{\gamma}_{R2}, \dots, \hat{\gamma}_{RN})$ を得る。得られた N 個の抵抗係数 $(\hat{\gamma}_{R1}, \hat{\gamma}_{R2}, \dots, \hat{\gamma}_{RN})$ に基づき、次のような検討を行うことができる。

(1) $(\hat{\gamma}_{R1}, \hat{\gamma}_{R2}, \dots, \hat{\gamma}_{RN})$ の、ヒストグラム、平均や標準偏差を試験数 n に応じて求め、比較する。

(2) $(\hat{\gamma}_{R1}, \hat{\gamma}_{R2}, \dots, \hat{\gamma}_{RN})$ の、 $N\alpha$ 番目の値を取り出すことにより、 $100\alpha\%$ フラクタイル値を求めることができる。このフラクタイル値と試験数 n の関係を調べることに

² 北川源四郎・竹村彰通著、数理・計算の統計学、東京大学出版会、2008 を参照せよ。

より、試験数に応じた抵抗係数の信頼性を検討することができる。

ステップ5： ステップ2で色々なパラメータ値を設定することにより、ステップ3と4を繰り返し、試験数に応じて求められる抵抗係数の信頼性を検討することができる。

次に例題を用いて、この方法を説明する。

$\mu_R/R_k=1.0$, $\alpha_R=-0.7$, $\beta_T=1.64$ ($P_F=0.05$ に対応)とする。また抵抗 R の真の平均値 $\mu_R=1.0$, 真の変動係数 $COV_R=0.3$ とし, R は正規分布に従うと仮定する。試験数 n は, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 50, 100 と変化させる。

以上の条件の下で、真の抵抗係数を計算すると、次の通りである。

$$\gamma_R = \frac{\mu_R}{R_k} (1 + \alpha_R \beta_T COV_R) = 1.0 \times (1 - 0.7 \times 1.64 \times 0.30) = 0.6556$$

しかし、この真値はあらかじめ知りえる値ではなく、 n 個の試験データに基づいて推定されるべき値である。これを異なる試験数について行った場合の推定値の分布を、先に示した手順（ステップ2～4）に従って MCS により求めることができる。

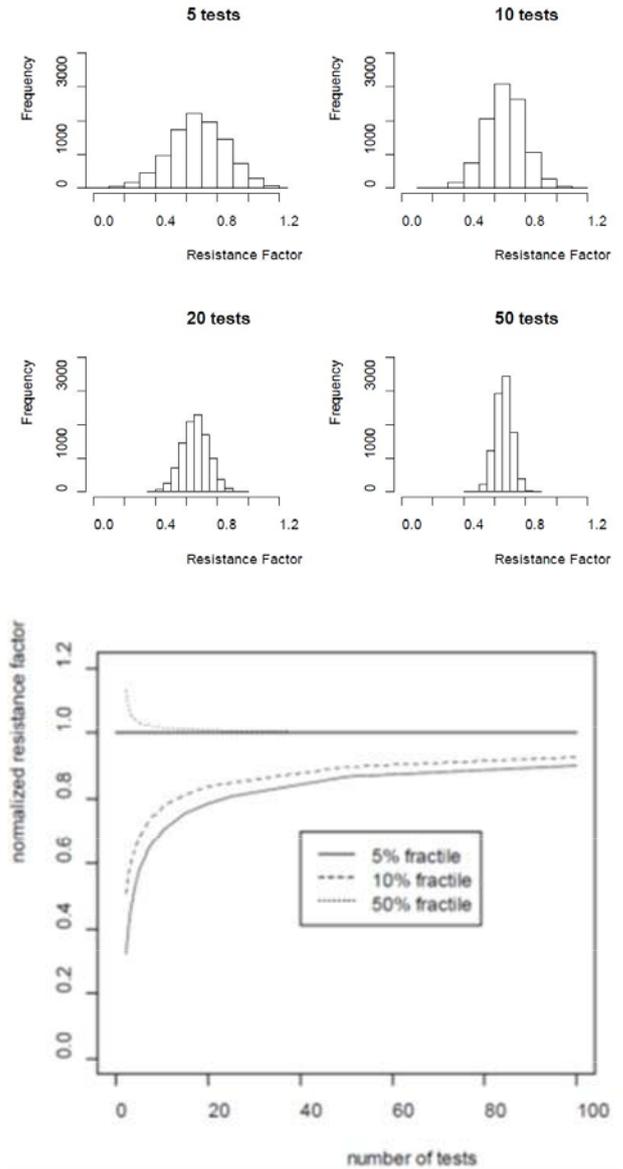


図 5.6 抵抗の平均値が変わり、分散が低減した場合の概念図

第5章 マニュアル作成

第1～第4章の検討に基づいて、信頼性解析のマニュアルを作成した。マニュアルは紙面の都合上、圧縮して次ページ以降に示す。

6. マニュアルと計算例題

6.1. 信頼性解析と荷重・抵抗係数キャリブレーションのマニュアル

6.1.1. MCS の手順

モンテカルロ・シミュレーション(MCS)は、確率変数の加減乗除を、近似的に実行するための一つの方法である。計算機を使わなければならないが、これは今日大きな制約ではない。一方で、具体的には決定論的な計算を繰り返すだけなので、確率論に精通していない一般の技術者にも、実行は容易であるし、直感的理解も得られやすい。最近では、高性能の乱数発生ジェネレータが開発され、また非常に優れた統計解析用語も簡単に入手でき、使い勝手も大変良くなっている。以上が MCS を、確率計算の主要なツールとしてここに取り上げる理由である。

MCS は次の手順で行われる。

Step 1 分布に従ったサンプルの生成:

与えられた照査式に含まれるすべての確率変数のサンプル (= 実現値) の組を、それぞれの確率分布に従った頻度で生成する。数万から数百万組の、サンプルの生成は普通である。

Step 2 発生されたサンプルによる、所与の計算の実施:

生成されたサンプルを用いて、与えられた演算式を計算し、その結果を得る。生成された確率変数のサンプルの組数に応じた数の計算結果のサンプル値が得られる。

Step 3 計算結果の集計、分布形やそのパラメータ推定:

得られた演算結果の頻度分布を調べ、例えば破壊した数を数えることにより破壊確率を推定する。得られた結果の確率変数の性質を調べることにより、結果として得られる確率変数の性質を評価する。

6.1.2. MCS による寄与率の求め方

信頼性指標 β に寄与する n 個の不確実性要因があり、それらが線形和として安全性余裕に影響していると仮定する。一般には線形和で表現できない場合が多い。その場合においても、便宜的に線形和を仮定することとしている。この場合、すべての不確実性を考慮した信頼性指標は、次式により与えられる。

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_n^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma^2}}$$

一方、第 i 番目の不確実性を除いて計算された信頼性指標を β_i と表記する。

$$\beta_i = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_{i-1}^2 + \sigma_{i+1}^2 + \dots + \sigma_n^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma^2 - \sigma_i^2}}$$

上の 2 つの式より、第 i 番目の不確実性要因の寄与度 σ_i^2 / σ^2 は、以下のように定義される。

$$\frac{\sigma_i^2}{\sigma^2} = \frac{(\bar{R} - \bar{S})^2}{\sigma^2} \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta_i^2} \right) = \beta^2 \left(\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\beta_i^2} \right) = 1 - \frac{\beta^2}{\beta_i^2} \quad (1)$$

ここに示す信頼性指標は、上述の MCS で容易に求めることができる。すなわち不確実性を持つ基本変数を、他の変数は確率変数とし、一つずつ平均値の値を持つ決定変数として MCS を繰り返せばよい。

6.1.3. 荷重・抵抗係数の決定

コード・キャリブレーションを行うとき、次の点を考慮しておく必要がある。

- (1) 必要な信頼性を、当該構造物に確保できる係数の組合せは、多数存在する。
- (2) 同種構造物でも、いろいろな条件で設計されるため、どのような条件でも過不足のない信頼性を与える係数の組合せを見出す必要があるが、大変難しい。

このような理由のため、信頼性設計法レベル I を、構造物の究極の設計法であると、決して見なしてはならない。もし設計者が必要であると判断した場合は、レベル II や III の、より直接的な信頼性設計法を用いて構造物を設計する道を残しておくかなければならない。実際、特に重要な構造物では、そのような信頼性設計法が導入されている。

設計値法 (design value method) は、上記の (1) の問題を解決し、信頼性設計法レベル I で使用される諸係数の値を決定するために提案された方法である。設計値法の基本的な考え方は、すべての荷重値や抵抗値に関する係数を、設計点と特性値の関係で決定しようというものである。ここで、設計点とは、荷重値や抵抗値により構成される空間内の限界状態面 (性能関数がゼロとなる面) 上の点の中で、最大の尤度を持つ点のことである。

本報告では、前節に示した MCS と設計値法のそれぞれの利点を生かした、折衷的なコード・キャリブレーション法を提案する。具体的には、各基本変数を適当な確率分布に基づいて発生させ、当該構造物 (部材) の破壊確率を求めると共に、結果的に計算される性能関数を構成する、各荷重項や抵抗項の平均、分散、共分散を求める。そしてもし性能関数がこれらの項の線形関数であれば、これらの情報より感度係数を求めることができ、これらの情報により、当該構造物 (部材) のキャリブレーションに関する特性の概要を把握できる。

性能関数が、荷重項や抵抗項の非線形関数の場合は、これらの荷重項や抵抗項からなる空間内で、設計点を求める必要がある。設計点さえ求めれば、各荷重項や抵抗項の平均、分散、共分散の情報と合わせて、感度係数を計算でき、荷重・抵抗係数も計算できる。ここではまずもともとシンプルな、通常のモンテカルロシミュレーション (OMCS, Ordinary Monte Carlo Simulation) を用いた場合をまず紹介する。手順を記述すると、次の通りである。

ステップ 1: 基本変数のサンプル値生成

性能関数に含まれる基本変数、 $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}$ を、それぞれの従う確率分布に従って生

成する。性能関数に含まれる、各荷重項 $S_i(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ ・抵抗項 $R_j(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ の値は、これら生成されたサンプル値より計算できる。

ステップ 2: 性能関数の計算と、各荷重・抵抗項の記憶

生成・計算された各荷重項 $S_i(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ ・抵抗項 $R_j(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ の値をすべて記憶しておく。また、それぞれの性能関数の値を計算し記憶する。ステップ1と2を必要回数繰り返す。

ステップ 3: 破壊確率の推定と、各荷重・抵抗項の統計量の計算、分布への当てはめ

生成されたデータに基づき、破壊確率を推定する。また各荷重項 $S_i(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ ・抵抗項 $R_j(x_{k_1}, x_{k_2}, \dots, x_{k_n})$ の平均値、分散、共分散、相関係数を求める。さらに各項の、頻度分布を描くなどして、正規分布、対数正規分布などへの、あてはまりについて検討する。特に、破壊したケースについては、詳しく観察し、どのような破壊モードで破壊したかを検討する。

線形の性能関数の場合

ステップ 4A:

性能関数が線形、すなわち、 $M = \sum R_i(x_{k_1}, \dots, x_{k_n}) - \sum S_j(x_{k_1}, \dots, x_{k_n})$ で、生成された荷重項や抵抗項の値がそれぞれ独立な正規分布で近似できると判断された場合、各項の感度係数、さらに部分係数は、次式により計算できる。

$$\alpha_{R_i} \approx \frac{\sigma_{R_i}}{\sigma_M}, \quad \alpha_{S_j} \approx \frac{\sigma_{S_j}}{\sigma_M}, \quad \text{ただし } \sigma_M = \sqrt{\sum_i \sigma_{R_i}^2 + \sum_j \sigma_{S_j}^2} \quad (2)$$

$$\gamma_{R_i} \approx \frac{\mu_{R_i}}{R_{ki}} (1 - \beta_T \alpha_{R_i} V_{R_i}), \quad \gamma_{S_j} \approx \frac{\mu_{S_j}}{S_{kj}} (1 - \beta_T \alpha_{S_j} V_{S_j})$$

一方、各荷重・抵抗項が、対数正規分布で近似できると判断された場合は、次式を用いる:

$$\alpha_R = -\frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad \text{and} \quad \alpha_S = \frac{V_S}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}} \quad (3)$$

$$\gamma_S = \frac{\mu_S}{S} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + V_S^2}} \cdot \exp(\beta_T \alpha_S V_S), \quad \gamma_R = \frac{\mu_R}{R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + V_R^2}} \cdot \exp(\beta_T \alpha_R V_R) \quad (4)$$

非線形の性能関数の場合

ステップ 4B:

性能関数が非線形、すなわち $M = f(R_i(x_{k_1}, \dots, x_{k_n}), S_j(x_{k_1}, \dots, x_{k_n}))$ の場合、設計点 $R_1^*, \dots, R_m^*, S_1^*, \dots, S_n^*$ を求め、これより次のように、感度係数を求める。

$$Z_{R_i}^* = \frac{R_i^* - \mu_{R_i}}{\sigma_{R_i}}, \quad Z_{S_j}^* = \frac{S_j^* - \mu_{S_j}}{\sigma_{S_j}} \quad (5)$$

$$\alpha_{R_i} = \frac{Z_{R_i}^*}{\sqrt{\sum_i (Z_{R_i}^*)^2 + \sum_j (Z_{S_j}^*)^2}}, \quad \alpha_{S_j} = \frac{Z_{S_j}^*}{\sqrt{\sum_i (Z_{R_i}^*)^2 + \sum_j (Z_{S_j}^*)^2}}$$

一方、各荷重・抵抗項が、対数正規分布で近似できると判断された場合は、次式を用いる:

$$\alpha_R = \frac{Z_{\ln R^*}}{\sqrt{Z_{\ln R^*}^2 + Z_{\ln S^*}^2}}, \quad \alpha_S = \frac{Z_{\ln S^*}}{\sqrt{Z_{\ln R^*}^2 + Z_{\ln S^*}^2}} \quad (6)$$

ここに、 (Z_{R^*}, Z_{S^*}) は、 $Z_{R^*} = (\ln R^* - \mu_{\ln R}) / \sigma_{\ln R}$ 及び $Z_{S^*} = (\ln S^* - \mu_{\ln S}) / \sigma_{\ln S}$ として与えられる。

これより、荷重・抵抗係数を計算する手順は、ステップ4Aと同様である。このとき、破壊したサンプル点を十分に観察して、破壊モードが特定されているかなどの観察を行うことが重要である、

5.2. 計算例題: 橋脚杭基礎

5.2.1. 設計条件

杭と地盤との関係図を、図 5.2-1 に示す。

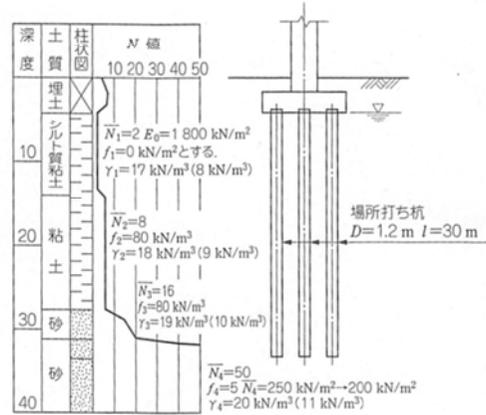


図 5.2-1 基礎杭と地盤の関係

図 5.2-1 基礎杭と地盤の関係

(1) 地盤条件:

	地盤の種類	層厚(m)	N 値		粘着力(kN/m ²)		単体重量(kN/m ³)	
			平均	COV	平均	COV	湿潤	有効
第1層	粘性土	10.0	2	0.32	20	0.38	17	8
第2層	粘性土	14.0	8	0.27	80	0.26	18	9
第3層	砂質土	4.0	16	0.31	—	—	19	10
第4層	砂質土	2.0	50	0.36	—	—	20	11

(注) N 値と粘着力は正規分布する。単体重量は、確定値として扱う。

- (2) 上部工形式: 鋼連続桁橋 支間 39.3m, 幅員 17.0m
- (3) 下部工形式: 鉄筋コンクリートラーメン式橋脚
- (4) 基礎工形式: 場所打ち杭, 杭径 1.2m, 杭長 30m, 施工法: リーバース工法

(5) 設計震度:

		橋軸方向	橋直角方向	備考	
レベル1地震動の設計水平震度	k_h	0.26	0.26	一般パレート分布 ^(注1)	
レベル2地震動の設計水平震度	$k_h k_{hc0}$	タイプ1	0.85	0.85	確定値
		タイプ2	1.28	1.12	確定値
設計水平震度	k_{hc}	タイプ1	0.39	0.34	確定値
		タイプ2	k_{hc}	0.34	0.34

(注1) 年最大深度は、一般パレート分布でモデル化。COV=0.76。これより生成した100年最大震度を、100年再現期待値で正規化して、レベル1の震度に乗じた。

(6) 設計外力:

方向	外力状態	鉛直力(kN)	水平力(kN)	モーメント(kN-m)	備考
橋軸	常時	29,805	0	0	対数正規分布 COV=0.1
	レベル1地震動	24,037	4,911	45,886	一般パレート分布,
直角	常時	29,805	0	0	対数正規分布 COV=0.1
	レベル1地震動	24,037	4,911	57,207	一般パレート分布

(7) 許容変位量:

設計地盤面において、許容変位量は以下の値である。

常時: 1.5cm 地震時: 1.5cm

(8) 場所打ち杭の定数:

杭の寸法: 直径 1200mm, 長さ 30m
 コンクリートの基準強度: 24 N/mm²
 コンクリートのヤング率: 2.3×10^4 N/mm²
 鉄筋の材質: SD345

(9) 橋脚躯体の終局水平耐力および地震時保有水平耐力法に用いる等価重量:

		橋軸方向	橋軸直角方向	備考
橋脚躯体の終局水平耐力	P_u (kN)	3,600	8,161	確定値
地震時保有水平耐力法に用いる等価重量	W (kN)	8,431	8,431	確定値

5.2.2. 支持力と地盤反力係数

(1) 杭軸方向押し込み支持力

道示(12.4.1)及び(12.4.3)式より、

$$R_b = (\delta_{MRup} q_d A + \delta_{MRusd} U \sum L_i f_i) - W \quad (1)$$

ここに、記号は道示と同じであるが、新たに次の2つを定義する。

R_b : 杭の押し込み支持力. 確率変数.

δ_{MRusd} : 杭の押し込み側面抵抗力のモデル化誤差. 確率変数.

δ_{MRup} : 杭の押し込み先端抵抗力のモデル化誤差. 確率変数.

上式に、この例題の数値を代入すると、次式を得る.

$$\begin{aligned} R_b &= \delta_{MRup} q_d A + \delta_{MRusd} U \sum L_i f_i - W \\ &= \delta_{MRup} 3000 \times 3.14 \times 0.6^2 \\ &\quad + \delta_{MRusd} \{3.14 \times 1.2 \times (10 \times 0 \times N_1 + 14 \times 10 N_2 + 4 \times 5 N_3 + 2 \times 5 N_4)\} \\ &\quad - 3.14 \times 0.6^2 \times (10 \times 8 + 14 \times 9 + 4 \times 10 + 2 \times 11) \\ &= \delta_{MRup} 3391 + \delta_{MRusd} 3.77 \times (140 N_2 + 20 N_3 + 10 N_4) - 303 \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、

N_1, N_2, N_3, N_4 : 各土層のN値の層厚についての局所平均値. 確率変数.

なお、上式では粘性土層については、 $f=10N(\leq 150)$ (kN/m²)、砂質土層については $f=5N(\leq 150)$ (kN/m²)を採用している。また、N値が2以下の粘性土層では、側面摩擦抵抗を見ない。従って、第1層の側面摩擦抵抗力は0である。

(2) 杭軸方向引き抜き抵抗

道示(12.4.4)及び(12.4.5)式より、

$$P_b = \delta_{MPu} P_u + W = \delta_{MPu} U \sum L_i f_i + W \quad (3)$$

ここに、記号は道示と同じであるが、新たに次の2つを定義する。

P_b : 杭の引き抜き抵抗. 確率変数.

δ_{MPu} : 杭の引き抜き抵抗力のモデル化誤差. 確率変数.

上式に、この例題の数値を代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} P_b &= \delta_{MPu} U \sum L_i f_i + W \\ &= \delta_{MPu} \{3.77 \times (140 N_2 + 20 N_3 + 10 N_4)\} + 303 \end{aligned} \quad (4)$$

(3) 水平地盤反力係数

道示(解9.6.4)式、(解9.6.5)式及び表(解9.6.2)より、

$$\begin{aligned} k_H &= k_{H0} \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-3/4} = \frac{1}{0.3} \alpha E_0 \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-3/4} \\ B_H &= \sqrt{\frac{D}{\beta}} \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{k_H D}{4EI}} \quad E_0 = 2800 N \end{aligned} \quad (5)$$

これらより、次の関係が導かれる。

$$B_H = \left(\frac{4EID^3}{(1/0.3)^{1/4} \alpha E_0} \right)^{\frac{4}{29}} \quad (6)$$

(6)式で B_H を求め、これを(5)式に代入すると、地盤反力係数が求められる。

$$E = 25,000,000 (\text{kN} / \text{m}^2) \quad I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3.14 \times 1.20^4}{64} = 0.1018 (\text{m}^4)$$

$$E_0 = 2800 N (\text{kN} / \text{m}^2)$$

$$B_H = \left(\frac{4EID^3}{(1/0.3)^{1/4} \alpha E_0} \right)^{\frac{4}{29}} = \left(\frac{4 \times 25,000,000 \times 0.1018 \times 1.20^3}{(1/0.3)^{1/4} \alpha \times 2800 N} \right)^{\frac{4}{29}} = \left(\frac{17,591,040}{3,783 \alpha N} \right)^{\frac{4}{29}} = \left(\frac{4,650}{\alpha N} \right)^{\frac{4}{29}}$$

これを(5)式に代入して、

$$k_H = k_{H0} \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-3/4} = \frac{1}{0.3} \alpha E_0 \left(\frac{B_H}{0.3} \right)^{-3/4} = 2800 \alpha N \left(\frac{1}{0.3} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{4,650}{\alpha N} \right)^{\frac{4}{29}}$$

水平地盤反力係数の推定誤差を δ_{kH} とすると、これを含んだ k_H の推定式は、次のようになる。

$$k_H = 2800 \delta_{kH} \alpha N \left(\frac{1}{0.3} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{4,650}{\alpha N} \right)^{\frac{4}{29}} \quad (7)$$

なお α は、道示表(解9.6.1)より、常時1、地震時2である。上式で、 $\delta_{kH}=1.0$ 、 $N=2$ としたとき、 k_H は、

$$k_H = 2800 \times 2 \left(\frac{1}{0.3} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{4,650}{2} \right)^{\frac{4}{29}} = 5600 \times 1.351 \times 2.912 = 22,030 \approx 22,000$$

(4) 杭軸方向バネ定数

道示(解12.6.1)式より、

$$K_V = \alpha \frac{A_P E_P}{\ell}$$

補正係数 α は、道示(解12.6.3)式より求める。

$$\alpha = 0.031 \frac{L}{D} - 0.15 = 0.031 \frac{30}{1.2} - 0.15 = 0.625$$

$$A_p = \frac{D^2}{4} \pi = \frac{1.2^2}{4} \times 3.14 = 1.131(m^2)$$

よって、

$$K_V = \alpha \frac{A_p E_p}{\ell} = 0.625 \times \frac{1.131 \times 25,000,000}{30} = 589,060(kN/m^2)$$

信頼性解析においては、KV の推定誤差 δ_{KV} を考慮するので、上式は次のようになる。

$$K_V = 589,060 \delta_{KV} (kN/m^2) \quad (8)$$

(5) 杭軸方向バネ定数

先に水平地盤反力係数 k_H を求めたが、これを用いて杭の特性値 β を求める。

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_H D}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{k_H \times 1.20}{4 \times 25,000,000 \times 0.1018}} = \sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H} \quad (9)$$

ここで、先に計算した水平方向地盤反力係数の代表値 $k_H = 22,000$ を代入すると、

$$\beta = \sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H} = \sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times 22,000} = 0.226(m^{-1})$$

これより、

$$\beta \ell = 0.226 \times 30 = 6.78 \geq 3$$

従って、この杭は半無限長の杭として計算できる。道示表(解 12.6.1)より、

$$\begin{aligned} K_1 &= 4EI\beta^3 = 4 \times 25,000,000 \times 0.1018 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right)^3 = 1.018 \times 10^7 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right)^3 \\ K_2 &= K_3 = 2EI\beta^2 = 2 \times 25,000,000 \times 0.1018 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right)^2 = 0.509 \times 10^7 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right)^2 \\ K_4 &= 2EI\beta = 2 \times 25,000,000 \times 0.1018 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right) = 0.509 \times 10^7 \times \left(\sqrt[4]{1.179 \times 10^{-7} \times k_H}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

5.2.3. 変位法による杭の押し込み力、引き抜き力及び水平変位の計算

与えられた荷重により、各杭に作用する押し込み力、引き抜き力及び杭基礎の水平変位は、道示(解 12.7.1)及び(解 12.7.2)に示されている、変位法により求める (pp. 412-416)。変位法の詳細は、道示を参照することとして、ここでは変位法の入出力関係を、下記のような関数で記述する。

(1) 常時

a) 杭の押し込み破壊

各杭の押し込み力 P_N は、次式により表す。

$$P_N = F_{PN}(V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (11)$$

記号の定義は道示を参照されたい。

(2) レベル 1 地震時

a) 最前列の杭の押し込み破壊、

$$P_{NS1} = F_{PNS1}(V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (12)$$

ここで、P の下付け文字 NS1 は、杭軸力、地震時、第 1 列を意味する。

b) 最後列の杭の引き抜き破壊

$$P_{NS3} = F_{PNS3}(V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (13)$$

ここで、P の下付け文字 NS3 は、杭軸力、地震時、第 3 列を意味する。

c) 杭の水平変位

$$\delta_{hor} = F_{\delta hor}(V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (14)$$

5.2.4. 各不確実性の定量化

この計算例では、次のような照査を行う。合わせて性能関数も示した。

(1) 常時

a) 杭の押し込み破壊

この性能関数は、次の通りである。

$$Z_{PN} = R_b - P_N$$

それぞれの項の定義は、次の通りである。

$$R_b = \delta_{MR_{tip}} 3391 + \delta_{MR_{usd}} 3.77 \times (140N_2 + 20N_3 + 10N_4) - 303 \quad (2 \text{ 再録})$$

$$P_N = F_{PN}(V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (11 \text{ 再録})$$

(2) レベル 1 地震時

a) 最前列の杭の押し込み破壊、

この性能関数は、次の通りである。

$$Z_{PN} = R_b - P_{NS1}$$

それぞれの項の定義は、次の通りである。

$$R_b = \delta_{MRup} 3391 + \delta_{MRusd} 3.77 \times (140N_2 + 20N_3 + 10N_4) - 303 \quad (2 \text{ 再録})$$

$$P_{NS1} = F_{PNS1} (V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (12 \text{ 再録})$$

b) 最後列の杭の引き抜き破壊

$$Z_{PP} = P_b - P_{NS3}$$

それぞれの項の定義は、次の通りである。

$$P_b = \delta_{MPu} U \sum L_i f_i + W \\ = \delta_{MPu} \{3.77 \times (140N_2 + 20N_3 + 10N_4)\} + 303 \quad (4 \text{ 再録})$$

$$P_{NS3} = F_{PNS3} (V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (13 \text{ 再録})$$

c) 杭の水平変位

この性能関数は、次の通りである。

$$Z_{\delta hor} = 0.01D - \delta_{hor}$$

D は杭の直径であり、第2項の定義は、次の通りである。

$$\delta_{hor} = F_{\delta hor} (V_0, H_0, M_0, K_V, \delta_{MD}, \delta_{Mseis}, N_{1sub}, \delta_{kH}, \alpha, \delta_{KV}) \quad (14 \text{ 再録})$$

不確実性を考慮する基本変数（確率変数として取扱う）とその性質は、次の通りである。

以上の情報に基づき、モンテカルロシミュレーション(MCS)により、この杭基礎の信頼性解析を行うことができる。この例題では、L1地震時の、橋軸方向の地震動の場合のみの信頼性解析と、荷重・抵抗係数のキャリブレーション例をしめしている。その他の場合も、同様に計算できる。

表 5.2-1 信頼性解析に用いられる基本変数の統計量一覧

基本変数	記号	平均	標準偏差	分布型	備考
第1層N値 (地盤反力係数)	N_{1sd}	2	0.393	正規	自己相関距離 1.0m (注1)
第1層N値 (側面抵抗)	N_{1sub}	2	0.271	正規	自己相関距離 1.0m (注1)
第2層N値 (側面抵抗)	N_{2sd}	8	0.786	正規	自己相関距離 1.0m (注1)
第3層N値 (側面抵抗)	N_{3sd}	16	2.32	正規	自己相関距離 0.5m (注1)
第4層N値 (側面抵抗)	N_{4sd}	50	9.82	正規	自己相関距離 0.5m (注1)
第4層N値 (先端支持)	N_{4tip}	50	6.91	正規	自己相関距離 0.5m (注1)
死荷重	δ_{MD}	1.0	0.1	対数正規	
レベル1震度	δ_{Mseis}	1.0	0.76	GP	L1震度を100年再現期待値と仮定した。(注2)
杭押し込み抵抗 モデル化誤差	δ_{MRu}	1.12 1.07	0.63 0.64	対数正規 対数正規	先端支持力(岡原他, 1991) 周面摩擦力(同上)
杭引き抜き抵抗 モデル化誤差	δ_{MRu}	1.07	0.64	対数正規	周面摩擦力(同上)
水平地盤反力 モデル化誤差	δ_{Mkt}	3.74 1.29	0.94 0.62	対数正規 対数正規	粘性土地盤(中谷 2009) 砂質土地盤(同上)
杭軸方向パネ定数 モデル化誤差	δ_{MKV}	0.75	0.56	対数正規	(中谷, 2009)

(注1)

土層内のN値の空間的バラツキが杭の抵抗力や地盤反力係数に与える影響は、局所平均により評価する(本城・大竹・加藤, 2012; 大竹・本城, 2012)。局所平均の分散値は、次の分散関数により評価できる(Vanmarcke, 1977)。

$$\Gamma^2\left(\frac{V}{\theta}\right) = \left(\frac{\theta}{V}\right)^2 \left[2 \left(\frac{V}{\theta} - 1 + \exp\left[-\frac{V}{\theta}\right] \right) \right]$$

ここに θ : 自己相関距離(m), V : 局所平均サイズ(m)。 V は、側面抵抗力については、各層厚、地盤反力係数については、杭の特性値の逆数(この場合は4m)、そして杭先端については、 $4D=4.8m$ とする。

計算されたN値の各局所平均値の標準偏差は、下表の通りである。

層	平均	θ (m)	V (m)	Γ	SD (COV)	局所平均 SD
第1層上部 4m	2	1.0	4	0.614	0.64(0.32)	0.393
第1層全層	2	1.0	10	0.424	0.64(0.32)	0.271
第2層全層	8	1.0	14	0.364	2.16(0.27)	0.786
第3層全層	16	0.5	4	0.468	4.95(0.31)	2.32
第4層全層	50	0.5	2	0.614	16(0.36)	9.82
支持層層	50	0.5	4.8(4D)	0.432	16(0.36)	6.91

(注2)

地震時荷重の不確実性については、Honjo and Amaty(2005)の研究成果を活用する。この研究は、過去の主要な被害地震が収録、整理されている宇佐美カタログから得られる震源情報に基づき、Fukushima and Tanaka(1990)の距離減衰式を用いて最大加速度分布を予測した。そして、東京(東京都庁地点)における年最大加速度の予測値に基づいて、極値統計解析(POT 解析)により、年最大加速度の期待値を GP (一般パレート) 分布に当てはめた。この解析は、1600年~1996年の間の地震(M>5, 震源深さ<60km, 震央距離<200km)を対象としている。

GP 分布の確率分布関数 (CDF) とその逆関数、確率密度関数は次の通りである。

$$F(x) = \frac{n+1-k}{n+1} + \frac{k}{n+1} \left\{ 1 - \left(1 + \gamma \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} \right\}$$

ここに、 n =全データ数、 k =POT 解析採用データ数、 μ =位置パラメータ、 σ =スケールパラメータ、 γ =形状パラメータであり、それぞれ $n=396$, $k=95$, $\mu=11.86$, $\sigma=44.43$, $\gamma=0.067$ である。この分布の100年再現期待値は、169galである。この値が、L1地震動で用いられている震度に対応すると考え、信頼性解析で用いる震度を生成する。

MCS で GP 分布に従うデータ x を生成するとき用いる、この分布関数の逆関数は、今100年間最大地震動分布のある超過確率を一様乱数 u_{100} とする。まずこの u_{100} から、1年間の最大地震動分布の超過確率 u_1 を、次式で求める。

$$u_1 = 1 - (1 - u_{100})^{\frac{1}{100}}$$

この u_1 から、 q を求める。

$$q = \frac{n+1}{k} \left\{ u_1 - \frac{n+1-k}{n+1} \right\}$$

さらにこの q から x を次式により求める。

$$x = \frac{\sigma}{\gamma} \left\{ (1-q)^{-\gamma} - 1 \right\} + \mu$$

5.2.5. MCS の実施と荷重・抵抗係数の決定

(1) 信頼性解析の結果

5.1.1 節に示した MCS の手順に従い、5.2.4 節で示した性能関数と、それに含まれる確率変数の値をその確率分布に従って生成し、100,000 回の MCS により信頼性解析を行った。その結果、各破壊モードの破壊確率は、次の通りであった。

破壊モード	破壊確率	信頼性指標 β
第1列杭の押し込み破壊	0.163	0.981
第3列杭の引き抜き破壊	10^{-5} 以下	4.26 以上
杭基礎の水平変位超過	0.00030	3.43

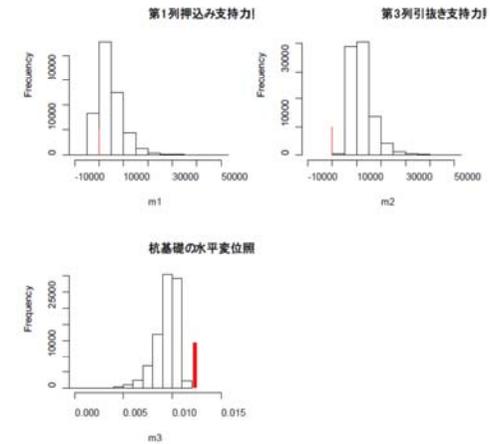


図 5.2-2 各破壊モードに対する安全性余裕の MCS の結果ヒストグラム

この結果によれば、第1列の杭の押し込み破壊に対してはかなり高い破壊確率が計算された。一方、第3列の引き抜き破壊は、ほとんど発生せず、杭基礎の杭径 1% 以上の変位にも対しては高い信頼性が確保されているという結果が出た。

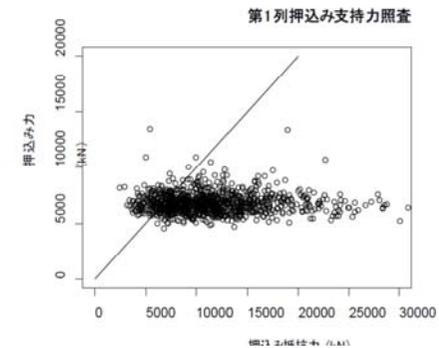


図 5.2-3 第 1 列の押し込み破壊に対する MCS の結果 (N=1000 の場合)

(2) 各基本変数の寄与率

5.1.2 節で述べた方法により、各破壊モードに対する、各基本変数の寄与率を計算した。また図 5.2-4 と 5 には、寄与率を棒グラフと帯グラフで示した。

各基本変数の不確実性を除外したときの信頼性指標 β

照査対象	除かれた項目の元で推定された β						全体で推定された β
	SPA,	Ru,	kH,	KV,	Dead,	L1	
鉛直押し込み破壊	0.992,	3.23,	0.981,	0.938,	2.49,	1.07	0.981
杭基礎水平変位	3.51,	3.43,	3.43,	3.67,	3.43,	4.75	3.43

各基本変数の寄与率

照査対象	各項目の寄与率					
	SPA,	Ru,	kH,	KV,	Dead,	L1
鉛直押し込み破壊	0.012	0.496	0.000	-0.052	0.462	0.083
杭基礎水平変位	0.072	0.000	0.000	0.195	0.000	0.734

鉛直押し込み破壊では、杭の支持力評価の不確実性と、鉛直死荷重の不確実性が大きい。鉛直バネの寄与率が負になるのは、鉛直バネが小さい（柔らかい）方が、最前列の鉛直押し込み力が大きくなるためと考えられる。

杭基礎の水平変位の照査では、震度の寄与が大きく、次いで鉛直バネの寄与が大きい。地盤反力係数の寄与が極めて小さいのは意外な結果であった。

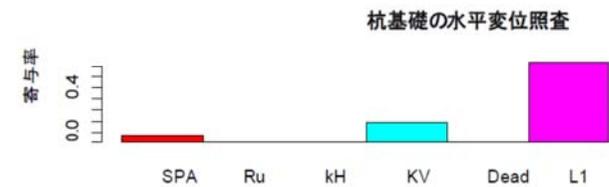
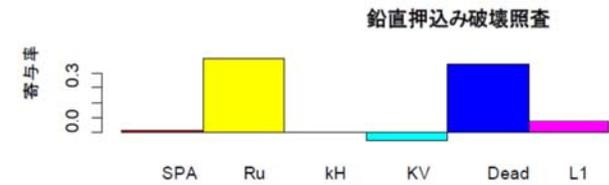


図 5.2-4 各基本変数の寄与率の棒グラフ

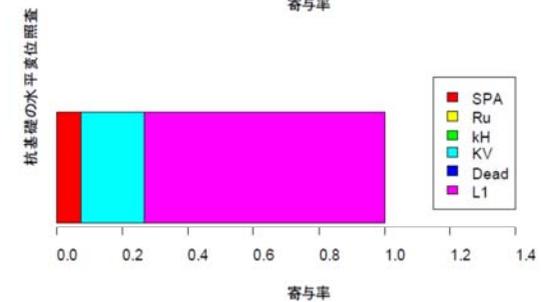
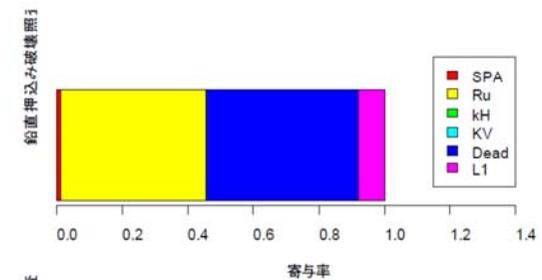


図 5.2-5 各基本変数の寄与率の帯グラフ

(3) 荷重・抵抗係数のキャリブレーション

5.1.3 節の方法により、MCS により生成した抵抗力と外力について、荷重・抵抗係数のキャリブレーションを行った。具体的には、ステップ 4A で示した、対数正規分布に当てはめた場合の方法を用いた。

結果は下表に示すとおりである。

第 1 列目杭の鉛直押し込み破壊照査

	抵抗力	外力
特性値	10330	3991
平均値	11356	6755
標準偏差	5221	848
変動係数 (COV)	0.460	0.125
設計点	6622	6928
荷重・抵抗係数	0.64	1.74
感度係数	-0.965	0.263

杭基礎の水平変位の照査

	許容変位	計算変位
特性値	0.012	0.00934
平均値	0.012	0.00258
標準偏差	0.0	0.00121
変動係数 (COV)	0.0	0.469
設計点	0.012	0.012
荷重・抵抗係数	1.00	1.29
感度係数	0	1

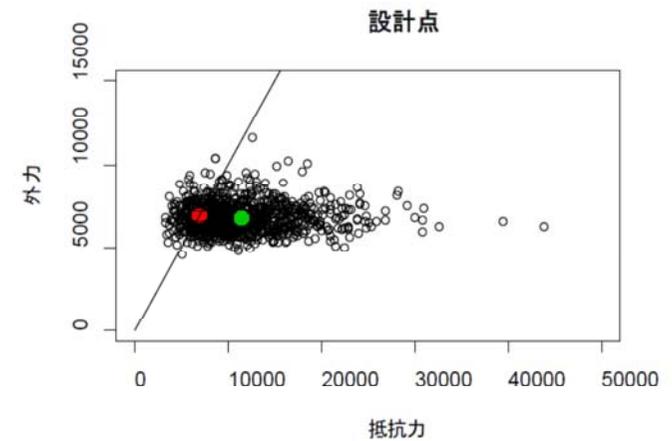


図 5.2-6 第 1 列杭の押し込み破壊に関する MCS 結果。設計点と特性値

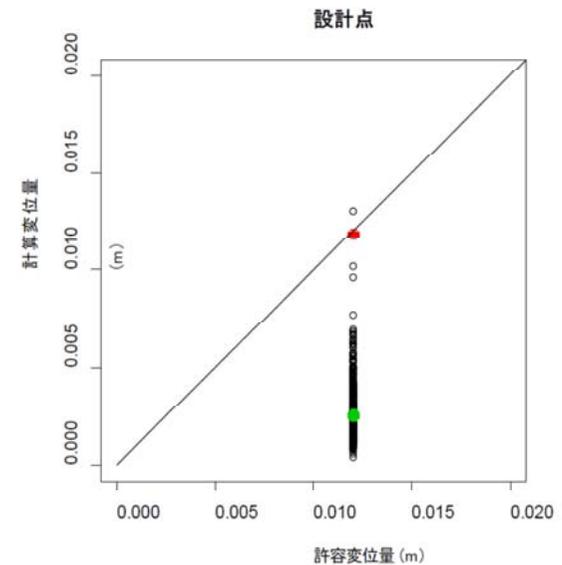


図 5.2-7 杭基礎の水平変位に関する MCS 結果。設計点と特性値

5.3 計算例題：浅い基礎

5.3.1 例題の提示

例題として、欧州のユーロコード開発に関係して示されている浅い基礎の設計の例題を取り上げる。この例題では、4本のコーン貫入試験(CPT)結果が示されている均質な砂地盤上に、固定荷重(特性値(G_d)は1000(kN))、変動荷重(特性値(Q_d)は、750(kN))を受ける、根入れ0.8mの正方形の浅い基礎を設計することが、課題である。地下水面は、深度8m以深にある。

図5.3-1に、与えられた4本のCPT試験結果(q_c 値(MPa))を示した。実際の問題では、試験位置と浅い基礎の相対的な位置関係も示されている。しかし、ここでは先に述べた一般信頼性設計を行うこととして、この情報は無視する。

不確実性の解析では、計測値(この場合は q_c 値)の空間的ばらつきの解析から始めるが、この場合は q_c 値を内部摩擦角 ϕ に換算してから空間的ばらつきの解析を行うこととする。これは、この変換では q_c 値と有効土被り圧より ϕ を推定する過程で、空間的ばらつきを低減させることができるので、これを考慮して解析の順序を入れ替えている。

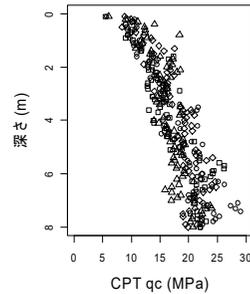


図 5.3-1 深さ-CPT 貫入抵抗値

変換誤差

支持力は ϕ により推定されるので、 q_c 値を ϕ に換算する必要がある。ここに変換誤差が発生する。 ϕ の推定式として Kulhawy et al. (1990, p.4-19, Fig. 4-17)を用いる⁸⁾。

$$\phi' = 17.6 + 11.0 \log \left(\frac{q_c / p_a}{\sqrt{\sigma_{v0}' / p_a}} \right) \quad (1)$$

ここに、 p_a は大気圧(0.1MPa)、 σ_{v0}' は有効土被り圧である。この推定式の精度は、 $0.07 < COV < 0.08$ であり、適用範囲は、 $35^\circ < \phi' < 40^\circ$ であるとされている。従って、変換誤差の平均値は、1.0、変動係数(標準偏差)を0.08とする。

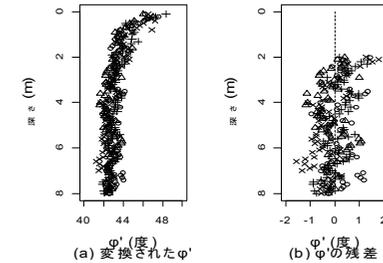


図 5.3-2 変換された ϕ 値及び、その残差のプロファイル

空間的ばらつきと統計的推定誤差

式(9)の変換式を、当該サイトに適用した結果を図5.3-2(a)に示す。2m以浅で σ_{v0}' が小さいため、推定される ϕ は大きくかつばらつき、またこの変換式の適用限界を超えている。そこで、基礎の根入れ深さが0.8mであること、及び地盤工学的判断より、この均質な砂地盤の ϕ は、2m以深の情報で決定し、この結果を基礎の設計に用いることとする。

2m以深の ϕ のヒストグラムを図5.3-3に示した。このヒストグラムは、平均42.8°、標準偏差0.60°の正規分布に当てはまる(COV=0.014)。図5.3-2(b)には、2m以深の ϕ_{c2} の平均値からの残差を示した。

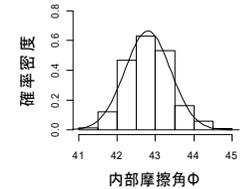


図 5.3-3 ϕ 残差のヒストグ

残差の鉛直方向の自己相関関数を推定するために、もっとも一般的なモーメント推定法によりこれを推定しプロットしたのが、図5.3-4である。自己相関関数の推定は、この図にあるようにならばらつくが、鉛直方向の自己相関距離(自己相関係数 $\rho = e^{-1} = 0.368$ のときの Δz)を0.4-0.5(m)とすることが妥当であることを示しており、ここでは自己相関距離 θ を0.4(m)とする。従って、自己相関関数は、次式で与えられる。

$$\rho_{\phi_c}(\Delta z) = \exp \left[-\frac{\Delta z}{0.4} \right] \quad (2)$$

ここに、 Δz (m)は深度方向の2点間の距離である。水平方向の相関は、鉛直方向よりかなり高いことが知られているが、このケースでは、これを直接推定することはできない。最終的な基礎幅は2m程度となることが予測されるので、この範囲では地盤パラメータ値は水平方向には、完全に相関していると仮定する。

Honjo と Setiawan⁹⁾は、サンプル数に応じた統計的推定誤差を考慮した、局所平均値の推定誤差評価法を提案した³⁾。推定にあたり、深度方向の局所平均をとる長さ L を決める必

要がある。これは基礎幅に依存するが、ここでは、試みとして深度方向に $L=1$ と 2 (m)について、平均をとった場合の一般局所平均推定分散関数 Λ_G の値を求める。また、 $\Delta z=0.1$ (m) 間隔で CPT 計測結果があることを考慮すると、サンプル数 n は、それぞれ 10 と 20 である。

$$\Lambda_G(n, L, \theta) = \Lambda_G(10, 1.0, 0.4) = \sqrt{0.512} = 0.716 \quad (3)$$

$$\Lambda_G(20, 2.0, 0.4) = \sqrt{0.323} = 0.568$$

この問題では、最終的な基礎幅は 2m 程度になることを予測し、支持力に特に影響する範囲を基礎底面から 1m 程度と予測し、空間的ばらつきの標準偏差は、上記の ϕ_{tc} の $COV=0.014$ なので、 $0.014 \times 0.716 = 0.010$ である。従って、信頼性解析には、空間的ばらつきと統計的推定誤差の両者を含んだ、深度方向 1m についての ϕ_{tc} の局所平均値の持つ不確実性を δ_s とし、その平均を 1.0、標準偏差を 0.010 とする。

設計モデル誤差

支持力公式は、次の通りである⁹⁾。

$$R_u = A_e \left\{ \kappa \cdot q \cdot N_q \cdot S_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot \beta \cdot B_e \cdot N_\gamma \cdot S_\gamma \right\} \quad (4)$$

$$\kappa = 1 + 0.3 \frac{D_f'}{B_e} = 1 + 0.3 \frac{0.8}{B_e} = 1 + \frac{0.24}{B_e}$$

$$q = \gamma_2 \cdot D_f = 20 \times 0.8 = 16 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$N_q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \exp(\pi \cdot \tan \phi)$$

$$S_q = \left(\frac{q}{q_0} \right)^{-1/3} = \left(\frac{16}{10} \right)^{-1/3} = 0.86$$

$$\gamma_1 = 20 \text{ (kN/m}^3\text{)}$$

ここに、 A_e ：基礎の有効面積(= B^2)、 B_e ：有効幅(この場合は、 $B_e=B$)、 κ と β ： N_q と N_γ の形状係数、 q ：基礎底面での有効土被り圧、 D_f' ：基礎の埋め込み深度、 S_q と S_γ ： N_q と N_γ のスケール係数、 B_0 と q_0 ：基準基礎幅と土被り圧。

Kohno et.al¹⁰⁾は、平板載荷試験結果と比較し、この支持力公式は、200-3000(mm)程度の浅い基礎に関して、偏差 0.894、変動係数 0.257 の対数正規分布で表される精度を持っていると結論している。ここでは、この値をモデル誤差として採用する。

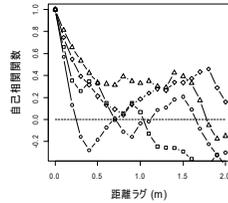


図 5.3-4 ϕ 残差の自己相関関数推定

5.3.2 荷重の不確実性

荷重の不確実性については、Holicky ら¹³⁾が用いている、死荷重については平均が特性値で、COV が 0.1 の正規分布、変動荷重については平均が特性値の 6 割で、COV が 0.35 のグンベル分布を用いる。これは、ユーロコードのキャリブレーションで広く用いられている分布である。

5.3.3 信頼性解析と結果

$$M = R_u (\delta_s \cdot \delta_\phi \cdot \delta_{Ru} - G_k - \delta_{Gk} - Q_k \cdot \delta_{Qk}) \quad (5)$$

ここに、 M : 安全性余裕、 R_u : 基礎の支持力、
 δ_s : 空間的ばらつきと統計誤差、 δ_ϕ : 変換誤差、
 δ_{Ru} : 支持力のモデル誤差、
 G_k : 固定荷重の特性値、 δ_{Gk} : 固定荷重の不確実性、
 Q_k : 変動荷重の特性値、 δ_{Qk} : 変動荷重の不確実性。

前節で求めた支持力公式を用いて、信頼性解析を行う。性能関数は、次式で表される。

考慮する確率変数の一覧と、その詳細は表-3 の通りである。

表-5.3-1 信頼性解析で考慮する不確実性一覧

基本変数	記号	平均	標準偏差	分布型
内部摩擦角	ϕ	42.8 °	0	決定変数
推定誤差	δ_s	1.0	0.010	正規分布
ϕ 変換誤差	δ_ϕ	1.0	0.08	正規分布
モデル誤差	δ_{Ru}	0.894	0.257	対数正規分布
固定荷重	δ_{Gk}	1.0	0.1	正規分布 ¹³⁾
変動荷重	δ_{Qk}	0.6	0.35x0.6	グンベル分布 ¹³⁾

表-3 に示した通りの基本変数を、MCS により 10 万組生成した。10 万回式(11)を計算し、 M が負になったケースの数を調べることで、破壊確率を評価した。

結果を図 5.3-5 に示した。この場合、 $\beta=3.7$ (破壊確率 10^{-4}) を確保しようとする (表-2 参照) と、2.0m 以上の基礎幅が必要である。

5.3.4 設計コードとコード・キャリブレーション

先に述べたように、設計コードで実際に使用される設計照査式は、信頼性設計法レベル I の部分係数を用いる照査式である。レベル I では、設計者は信頼性設計理論等の知識が無くても、設計コードに与えられた荷重抵抗係数等を用いて、必要な信頼性を持った構造物を設計できる。一方設計コード作成者は、導入される諸係数を、十分な不確実性に関する

る知識を元に、適切な信頼性を確保するように、決定しなければならない。この作業を、コード・キャリブレーションという。この考え方と手順を説明することが、本節の目的である。なおこの問題については、Honjoら¹¹⁾の詳しい報告書がある。

照査式の形式

信頼性設計法レベル I で用いられる設計照査式には、個々の基本変数に直接部分係数を適用する方法（部分係数法）と、最終的に計算される抵抗値や荷重値に係数を適用する方法（荷重抵抗係数法、LRFD）がある。LRFD の書式は、次の通りである。

$$\sum_i \gamma_{Ri} R_i(x_{k1}, \dots, x_{kn}) \geq \sum_j \gamma_{Sj} S_j(x_{k1}, \dots, x_{kn}) \quad (6)$$

ここに γ_{Ri} は、抵抗係数であり、 γ_{Sj} は荷重係数、 R_i は抵抗値、 S_j は荷重値である。

著者たちは、以下の理由により、LRFD を推奨している。

- 地盤パラメータの特性値が平均値であれば、LRFD では、設計者は構造物のこともありそうな挙動を、設計の最終段階まで追跡することができる。この事により、有効な工学的判断を駆使できる。
- 地盤構造物のように、地盤と構造物の相互作用が複雑な構造物の設計では、個々の地盤パラメータの低減が、必ずしも設計において、安全側に作用するとは限らない。
- モデル化誤差を、試験や破壊例から定量化している場合、それを個々の基本変数の不確実性に、還元できない。

従って、現時点では地盤構造物の設計照査式の形式としては、LRFD の方が、部分係数法より勝っている。

地盤パラメータの特性値の定義

信頼性設計法レベル I の照査式で構造物の設計を行う場合、そこに導入される荷重・抵抗係数の設定もさることながら、そこで設計に用いる材料や荷重の特性値を、どのように設定するかも大きな問題となる。このことは、特に材料のばらつきが大きく、かつ個々のサイトでその特性値を設計者が決定する地盤材料を対象とするとき、大きな問題となる。設計コード作成者が、定義した通りの特性値が決められないと、最終的に設計される構造物の持つ信頼性が、一様にならない。

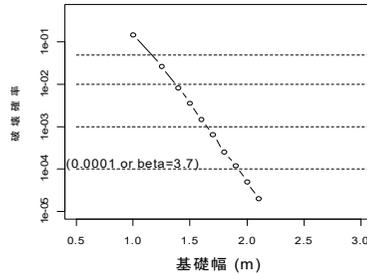


図 5.3-5 信頼性解析の結果

最近の多くの設計コードでは、地盤パラメータの特性値を、平均値とすることを規定したものが多く。例えば、「この特性値は、原則として導出値の平均値である。この平均値は、単なる導出値の機械的な平均値（算術平均値）ではなく、統計的な平均値の推定誤差を勘案する。また、地質学的・地盤工学的な知見や過去の類似のプロジェクトで得られた経験を十分に反映し、複数の調査・試験法の計測結果の整合性なども総合的に判断して求めた、注意深い平均値の推定値でなければならない。」と規定する¹²⁾。

本例題への適用と結果

先の例題を元に、前節の手順で荷重係数及び抵抗係数を規定した例題を示す。

図 5.3-6 に、横軸に抵抗値、縦軸に荷重の合計値を取り、基礎幅が 2(m) の場合（所与の信頼性を満足する最小基礎幅）に、生成されたサンプル点をプロットしたものである。縦軸と横軸の値が等しくなる線が、限界状態を表し、これより下の領域は安定域、上の領域は破壊域となる。当然、破壊域に入るサンプル点の数は、極めて少数である。この図より、この信頼性解析では抵抗値の不確実性が、相対的に非常に大きいことが分かる。これは主に、設計モデル誤差に起因している。

生成された 1,000,000 個の点から、限界状態に最も近い（すなわち、 $|M|$ が小さい）ものから 100 個の点を選び、さらにそれらの点の尤度を、元の確率密度関数（表-3）から求め、この 100 個の点の内、尤度の最大のもので、設計点を近似する。その結果は、表-4 に示されている。図 5.3-7 に表-4 で例示した設計点を示した。

表-5.3-2 MCS による設計点評価と、荷重・抵抗係数

	固定荷重	変動荷重	抵抗値
特性値	1000(kN)	750(kN)	12174(kN)
設計点(例示)	1083(kN)	682(kN)	1768(kN)
荷重・抵抗係数*	0.9-1.1	0.5-1.1	0.13-0.15

* 百万回のサンプルによる MCS を 10 行なった結果の範囲

推定された荷重・抵抗係数について、次のことが言える。

- (1) 固定荷重と抵抗値の係数は、比較的安定しているが、変動荷重のそれは大きく変化する。これは、この荷重を支配するグンベル分布の性質によると考えられる。この分布は、非常にすそが厚い分布である。
- (2) この場合、抵抗値の不確実性が大きく、設計抵抗値は、特性値による計算支持力の約

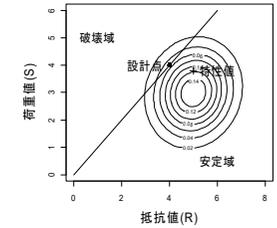


図 5.3-6 設計点の概念（等確率密度線図）

1/6 となる。

(3) 総合的に判断するとこの場合、荷重抵抗係数は、1.0、1.0 及び 0.15 とすることが妥当と思われる。

なお実際には、この設計式の適用範囲（荷重及び地盤条件）の例題を多数設定して、それらをすべて満足する係数を決定する必要がある。このような参考例として Honjo ら¹⁴参照されたい。

リブレーションを行ったので、信頼性設計法レベル I の照査式であっても、目標とした信頼性レベルの基礎が設計された。しかし、現実には同じ照査式と荷重抵抗係数を用いて、多様な地盤に対して多様な荷重値と荷重組み合わせを用いて、目標とする信頼性レベルを持った基礎が設計されなければならない。これは、かなり困難であることが理解できる。信頼性設計法レベル I を行う場合は、このような事情が存在することを十分知っておく必要がある。

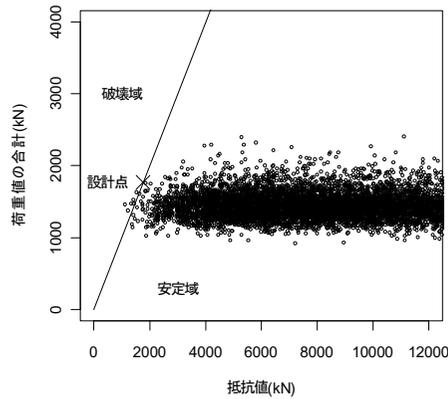


図 5.3-7 信頼性解析の結果例

ϕ' の特性値を 42.8° 、抵抗係数 $\gamma_m=0.15$ 、固定荷重の荷重係数 $\gamma_{SD}=1.0$ 、変動荷重の荷重係数 $\gamma_{SL}=1.0$ とすると、信頼性設計法レベル I で、設計するときの照査式は、次のようになる。

$$1000 \times 1.0 + 750 \times 1.0 \leq 0.15 \times R_u(B) \quad (7)$$

$$1750 / 0.15 = 11667 \leq R_u(B)$$

ϕ' の特性値を 42.8° とするとき、いろいろな基礎幅に対する式(10)による極限支持力は、下表のように求められる。

表-5.3-3 ϕ' の特性値を 42.8° のときの極限支持力

$B(m)$	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	1.9	2.0	2.2
$R_u(kN)$	2624	3885	5450	7340	9575	10828	12174	15157

表-5 より、 $B=2.0(m)$ 以上であれば、式(14)の照査式を満たすことがわかる。

この例題では、ただ一種類の地盤に対して、ただ一組の荷重を対象にしてコード・キャ